



**Laboratoire
de Recherche
en Gestion
& Economie**

Working Paper

Working Paper

2009-11

**Déformation des Probabilités Objectives et la Théorie
Comportementale du Portefeuille**

Olga Bourachnikova

Juillet 2009

Université de Strasbourg
Pôle Européen de Gestion et d'Economie
61 avenue de la Forêt Noire
67085 Strasbourg Cedex
<http://ifs.u-strasbg.fr/large>

IFS
Institut de Finance
de Strasbourg

Déformation des Probabilités Objectives et la Théorie Comportementale du Portefeuille

Olga BOURACHNIKOVA

Laboratoire de Recherche en Gestion et en Economie,
FSEG, ULP, Strasbourg I,
Pôle Européen de Gestion et d'Economie
61, avenue de la Forêt Noire
67085 Strasbourg Cedex
E-mail : olga@cournot.u-strasbg.fr

Résumé

La déformation des probabilités objectives est un phénomène psychologique de plus en plus souvent intégré dans les modèles décrivant le comportement des individus face au risque. Dans cet article nous avons étudié de quelle façon ce phénomène peut se manifester dans la gestion de portefeuille. En nous basant sur la théorie comportementale du portefeuille de Shefrin et Statman (2000), nous avons comparé deux agents maximisant l'espérance de la richesse finale. Le premier, appelé VNM – agent, considère les probabilités objectives tandis que le deuxième déforme ces probabilités avant de calculer l'espérance. En alternant deux techniques différentes, une approche analytique et une approche graphique, nous avons constaté que les portefeuilles optimaux des deux agents ont la même structure. En d'autres termes, il n'y a pas de différence significative dans le comportement des deux individus dans la mesure où chacun cherche à investir dans un portefeuille qui se trouve sur la frontière de l'ensemble des portefeuilles accessibles. Le résultat obtenu laisse penser que le critère de l'espérance de la richesse finale utilisé par Shefrin et Statman ne suffit pas pour amener à des choix de portefeuille significativement différents.

I. Introduction

L'espérance d'utilité de la richesse finale est un critère de choix intuitif quand il s'agit de faire un choix dans une situation risquée. Connue depuis le dix-huitième siècle, ce critère est la base de la théorie de l'utilité espérée de Von Neumann et Morgenstern (1947), longtemps considérée comme un standard pour décrire le comportement des individus face au risque. Suivant ce concept, l'individu fait son choix en maximisant l'espérance de $U(W)$ où W désigne sa richesse finale et U est la fonction d'utilité qui caractérise ses préférences. Dans la même optique, l'espérance de la rentabilité est un des deux critères de choix dans le modèle de gestion de portefeuille de Markowitz (1952), qui compte parmi les grands classiques de la théorie financière. Plus précisément celui-ci suggère que les investisseurs font leur choix en fonction de l'espérance de rentabilité et de la variance de rentabilité qui mesure le risque du portefeuille.

Certains modèles plus récents (par exemple, Lopes, 1987; Tversky et Kahneman, 1992; Shefrin et Statman, 2000) s'appuient, également, sur le critère de l'espérance, mais contrairement à l'approche classique, supposent que les préférences des individus ne sont pas linéaires par rapport aux probabilités. En effet, de nombreuses études expérimentales démontrent que les individus ont tendance à déformer les probabilités objectives des événements (Edwards, 1953, 1954; Allais, 1953; Kahneman, Slovic et Tversky, 1982). Plus précisément, nous constatons une surestimation des événements extrêmes à faibles probabilités et une sous estimation des événements intermédiaires. Afin de tenir compte de ce phénomène, des nouveaux modèles proposent de transformer les probabilités objectives en poids par l'intermédiaire d'une fonction de pondération (Quiggin, 1982; Yaari, 1987; Tversky et Kahneman, 1992

Ces modèles, nommés non linéaires, ont apporté une vision différente de l'attitude face au risque des individus. En effet, la façon dont un individu transforme les probabilités permet de le caractériser comme étant pessimiste ou optimiste. De

manière intuitive, un individu est qualifié de pessimiste s'il attribue aux résultats les plus défavorables d'une loterie des poids plus élevés que les probabilités objectives correspondantes, et s'il attribue aux résultats favorables des poids plus faibles que les probabilités objectives.

Évidemment, ce concept comportemental induit des choix différents par rapport à un agent qui ne déforme pas les probabilités. Par exemple, il permet d'expliquer la grande popularité à travers des siècles des produits financiers associés à des loteries¹. Le succès de ces derniers ne peut être expliqué dans le cadre de la théorie de l'utilité espérée qui suppose un comportement riscophobe de la part des individus. Cependant, un billet de loterie promettant un gain extrêmement élevé avec une chance minime peut paraître très attirant sous l'hypothèse de surestimation de la « vraie » probabilité de gain.

D'une manière générale, le pessimisme pousse les individus à être prudents et à rejeter des titres «trop» risqués. L'optimisme, au contraire, induit la recherche du risque. En appliquant cette analyse dans le cadre des modèles de gestion de portefeuille, nous pouvons supposer qu'un individu pessimiste a tendance à choisir les stratégies de sécurité, par exemple, l'achat de contrats d'assurance; alors qu'un individu optimiste préférera investir dans des titres très risqués. Friedman et Savage (1948) avaient déjà remarqué ce fait et ont souligné le paradoxe des individus qui achètent des contrats d'assurance et simultanément des billets de loterie. Plus tard Shefrin et Statman (2000) proposent la théorie comportementale du portefeuille (*Behavioral Portfolio Theory*, BPT par la suite) qui semble compatible avec ce type de comportement. Le portefeuille optimal obtenu dans ce modèle est composé d'un titre peu risqué, voir sans risque et d'un billet de loterie. Ce portefeuille diffère du portefeuille parfaitement diversifié proposé par le modèle espérance – variance de Markowitz (1952a). En effet, Markowitz prétend que l'investisseur cherche à diminuer le risque, alors que Shefrin et Statman suggère que les investisseurs ne se tournent pas forcément vers la diversification optimale et peuvent choisir d'investir

¹ Leonnet (1936) ; Pfiffelmann et Roger (2005).

une partie non négligeable de leur richesse dans un titre présentant une asymétrie positive importante, ayant les caractéristiques d'une loterie.

La déformation des probabilités objectives est un des points qui fait la différence entre les modèles de Markowitz (1952) et de Shefrin et Statman (2000). En effet, dans les deux modèles les agents cherchent à maximiser l'espérance de leur richesse finale. Or, l'un considère les probabilités déformées et l'autre - les probabilités objectives. Cette analyse souligne l'importance de la déformation des probabilités dans le choix de l'individu. En particulier, le raisonnement ci-dessus laisse penser que la forme « originale » du portefeuille optimal de Shefrin et Statman (2000) peut être dûe au fait que l'individu déforme les probabilités objectives. Cependant, cette première intuition mérite d'une analyse plus profonde. Dans cet article nous étudions plus précisément de quelle façon la déformation des probabilités objectives peut se manifester dans la gestion de portefeuille. Concrètement, nous nous intéressons au choix de portefeuille d'un agent qui déforme les probabilités objectives par rapport à un agent qui ne les déforme pas. Notre objectif consiste à comparer les portefeuilles optimaux de ces deux agents. Nous cherchons à établir le véritable impact de la déformation des probabilités sur le choix de portefeuille. Le modèle de Shefrin et Statman (2000) est notre point de départ. Nous le présentons dans le paragraphe suivant ainsi que la démarche que nous allons suivre tout au long de cet article.

II. La théorie comportementale du portefeuille

Deux points déterminants sont à l'origine de la Théorie Comportementale du Portefeuille de Shefrin et Statman (2000). Le premier point est le concept *safety first* introduit par Roy (1952). Selon ce concept, chaque individu est caractérisé par un seuil qualifié de seuil de subsistance, noté s , qui représente le niveau de richesse minimal à obtenir. Soit W une variable aléatoire représentant la richesse finale de

l'individu ou les paiements d'un portefeuille. Une réalisation de W inférieure au seuil de subsistance s est perçue par l'individu comme une perte. Ainsi, dans les modèles *safety first* la probabilité de se retrouver au-dessous de s : $P(W < s)$ joue le rôle de mesure du risque. Le concept *safety first* a ensuite été développé par Telser (1955) et Arzac et Bawa (1977). Telser a introduit la notion de probabilité de faillite, notée α , admissible par l'investisseur. Il s'agit de la probabilité (éventuellement très faible) que le seuil de subsistance ne soit pas atteint. De cette façon l'investisseur *safety first* cherche à construire un portefeuille qui satisfait la contrainte de sécurité $P(W < s) \leq \alpha$. De même, Arzac et Bawa ont ajouté un critère de choix supplémentaire : l'espérance de richesse finale ou l'espérance de rentabilité. Finalement, entre deux portefeuilles satisfaisant la contrainte de sécurité l'investisseur *safety first* choisit celui qui a l'espérance $E(W)$ maximale.

Le deuxième point important qui intervient dans le modèle BPT est la déformation des probabilités objectives par les individus. Comme nous l'avons déjà précisé, ce phénomène est pris en compte par l'intermédiaire d'une fonction de pondération qui s'applique aux probabilités. Concrètement, si les paiements futurs sont classés dans l'ordre croissant $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ et les p_1, \dots, p_n sont les probabilités objectives correspondantes, d'après le modèle de Quiggin (1982) les poids sont définis par :

$$q_1 = w(p_1),$$

$$q_i = w(p_1 + p_2 + \dots + p_i) - w(p_1 + p_2 + \dots + p_{i-1})$$

$$= w(F(x_i)) - w(F(x_{i-1})) \text{ pour } i \geq 2$$

où $F(x_i) = P(W \leq x_i)$ est la fonction de répartition de la variable aléatoire W . La fonction de pondération w est définie sur l'intervalle $[0,1]$ et doit vérifier deux conditions : $w(0) = 0$ et $w(1) = 1$. Elle peut être concave, convexe ou avoir la forme d'un S - inversé.

Finalement, dans le modèle BPT l'agent maximise la richesse espérée sous la contrainte de sécurité :

$$\text{Max } E_h(W) \quad (1)$$

$$\text{s. c } P(W < A) \leq \alpha$$

où h signifie qu'avant de calculer l'espérance de la richesse finale l'agent déforme les probabilités objectives par une fonction caractérisant son degré d'optimisme. Le seuil de sécurité s est remplacé par un niveau d'aspiration A qui désigne le niveau de subsistance exigé par l'individu, c'est-à-dire un certain niveau de richesse « raisonnable » (et non pas minimal) qu'il désire atteindre.

Le résultat de l'optimisation (1) est un portefeuille d'une forme très particulière. Concrètement, Shefrin et Statman (2000) montrent que le portefeuille final contient deux composantes. La première est un actif permettant d'assurer le niveau d'aspiration A de l'individu avec la probabilité de faillite qui ne dépasse pas α . La deuxième composante est un actif ayant les caractéristiques d'une loterie. Dans l'hypothèse où les prix sont connus, la stratégie de l'agent consiste à investir dans les actifs les moins chers² de façon à obtenir le niveau A dans un certain nombre d'états défini par α . La richesse restante est ensuite investie dans l'actif le moins cher.

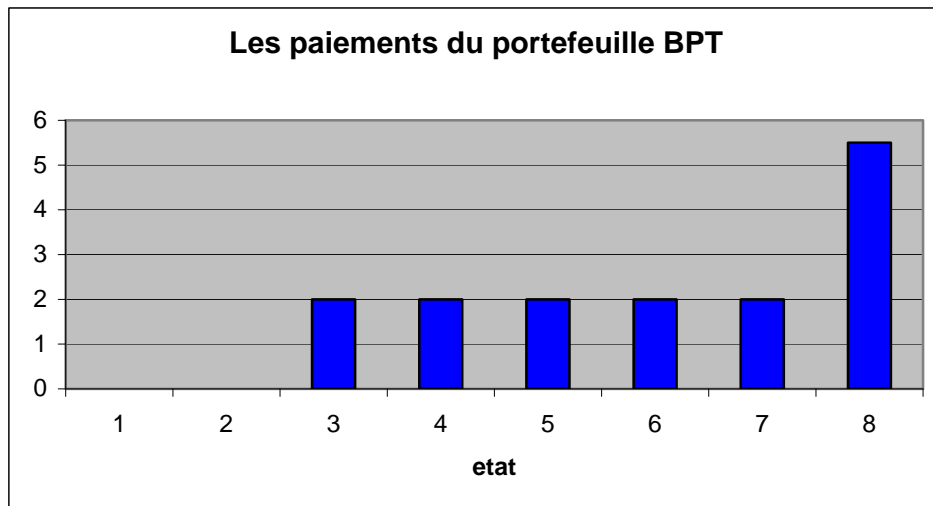
Exemple

Soient $A = 2$, $\alpha = 0,25$ et la richesse initiale $W_0 = 1$. Les prix π_1, \dots, π_8 des 8 actifs purs e_1, \dots, e_8 sont rangés dans l'ordre décroissant dans le tableau suivant.

π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6	π_7	π_8
0,37	0,19	0,12	0,09	0,07	0,06	0,05	0,04

Dans ce cas le portefeuille optimal de l'agent est de la forme

² Ce raisonnement suppose que les états sont équiprobables. Dans le cas général il faut tenir compte du rapport prix / probabilité.



où l'axe des ordonnées représente les paiements du portefeuille dans chaque état. Nous constatons que dans six états sur huit le niveau d'aspiration A est atteint :

$P(W < A) = 0,25 = \alpha$. La richesse restante $W_0 - A \sum_{i=3}^8 \pi_i$ est investie dans l'actif le moins cher e_8 .

Dans le modèle BPT la contrainte $P(W < A) \leq \alpha$ détermine l'ensemble des portefeuilles de sécurité, en prenant en compte l'aversion au risque de l'individu. Remarquons aussi que par rapport à d'autres modèles non linéaire (par exemple Quiggin, 1982; Tversky et Kahneman, 1992) où l'attitude face au risque est déterminée de manière jointe par une fonction de valeur (ou une fonction d'utilité) et par une fonction de pondération, dans le modèle BPT l'individu ne transforme pas les gains finaux. En d'autres termes, sa fonction d'utilité est linéaire. De cette manière, l'agent maximise l'espérance de sa richesse finale sous les probabilités déformées sur un sous-ensemble restreint de portefeuilles. L'objectif de cet article est de déterminer l'impact de la déformation des probabilités objectives sur le choix du portefeuille. Pour cela nous supposons $A = 0$. Cette hypothèse permet d'éliminer l'effet de la contrainte dans le choix du portefeuille, car l'inégalité $P(W < 0) \leq \alpha$ est toujours vérifiée. Dans ce qui suit nous considérons une économie des actifs purs. Nous utilisons l'appellation « VNM - agent » quand il s'agit d'un agent qui maximise

l'espérance de sa richesse finale sous les probabilités objectives³. D'une façon schématique, il s'agit de comparer les portefeuilles optimaux d'un agent maximisant $E(W)$ avec celui qui maximise $E_h(W)$.

L'article est organisé de la manière suivante. Dans la section III nous rappelons dans en premier lieu que le portefeuille optimal d'un VNM - agent est un portefeuille risqué. Nous comparons ensuite ces résultats avec ceux obtenus dans le cas d'un agent déformant les probabilités objectives. Cette analyse nous permettra de repérer un cas particulier – l'investissement dans l'actif sans risque – qui distingue les deux agents. La section IV est consacrée au cas de trois actifs. Nous trouvons une condition nécessaire et suffisante pour que l'agent déformant les probabilités investisse dans l'actif sans risque. Ensuite, nous vérifions si cette condition peut être vérifiée. Nous discutons le résultat dans la section V. Nous concluons dans la section VI.

III. Cas de deux actifs purs $n = 2$

Pour pouvoir comparer les portefeuilles optimaux de deux agents nous commençons par rappeler les résultats de la maximisation de l'espérance d'un VNM – agent.

III.1. Le choix d'un VNM - agent. Rappel des résultats

Considérons une économie à 2 états de la nature ω_1 et ω_2 dont les probabilités d'occurrence sont notées p_1 et p_2 respectivement⁴. L'économie fonctionne sur une

³ Nous utilisons l'abréviation VNM de Von Neumann et Morgenstern car il s'agit ici d'un cas particulier de la théorie de l'utilité espérée où l'individu est caractérisé par une fonction d'utilité linéaire.

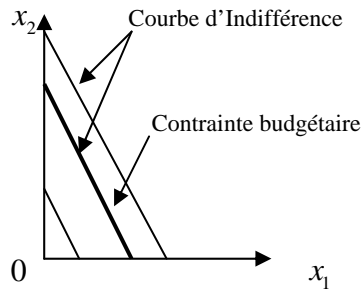
période entre deux dates 0 et T . Deux actifs purs e_1 et e_2 sont négociés sur le marché. En date T l'actif e_1 paye 1 si l'état ω_1 se réalise et 0 dans l'état ω_2 . L'actif e_2 ne paye rien si l'état ω_1 se réalise et 1 dans l'état ω_2 . L'offre des actifs n_i $i = 1, 2$ et les prix en date 0, notés π_i , sont supposés connus.

L'agent possède une dotation initiale uniquement en actifs purs; son portefeuille en date 0 est noté $W_0 = (x_{01}, x_{02})$. Nous supposons que l'investisseur fait son choix de portefeuille en maximisant l'espérance de la richesse finale, notée $W = (x_1, x_2)$, sous la contrainte budgétaire. Plus précisément, son programme s'écrit :

$$\begin{aligned} & \text{Max } (x_1 p_1 + x_2 p_2) \\ \text{s.c } & (x_1 - x_{01})\pi_1 + (x_2 - x_{02})\pi_2 = 0 \quad (1) \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

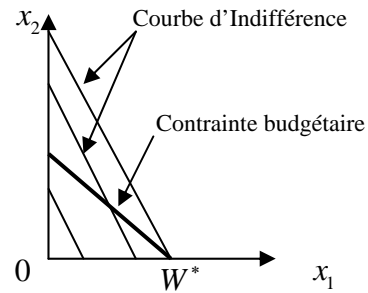
Il s'agit ici d'un agent neutre au risque dont les courbes d'indifférence sont des droites parallèles de pente $-\frac{p_1}{p_2}$. La contrainte du budget est la droite de pente $-\frac{\pi_1}{\pi_2}$ passant par le point W_0 . De cette façon, trois cas de figures sont possibles : les deux pentes sont égales (cas 1) ou l'une est plus grande que l'autre (cas 2 et 3). Si les deux pentes sont égales $\frac{\pi_1}{\pi_2} = \frac{p_1}{p_2}$, (voir figure 1, cas1), la droite du budget coïncide avec une courbe d'indifférence. Dans ce cas l'agent est indifférent entre tous les portefeuilles qui se trouvent sur la droite budgétaire. Il peut donc investir dans un portefeuille sans risque ($x_1 = x_2$) ainsi bien que dans un portefeuille risqué, par exemple dans un portefeuille de la forme $(x_1, 0)$ ou $(0, x_2)$, car tout portefeuille vérifiant la contrainte budgétaire lui procure la même satisfaction.

⁴ Afin d'éviter le cas trivial nous supposons $p_1 \neq p_2$. Plus loin, dans le cas de plus grand nombre d'actifs nous supposerons que la distribution des probabilités n'est pas uniforme.



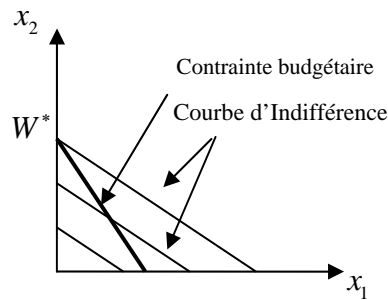
$$\frac{\pi_1}{\pi_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

Cas 1



$$\frac{\pi_1}{\pi_2} < \frac{p_1}{p_2}$$

Cas 2



$$\frac{\pi_1}{\pi_2} > \frac{p_1}{p_2}$$

Cas 3

Figure 1

Dans les deux autres cas $\frac{\pi_1}{\pi_2} < \frac{p_1}{p_2}$ et $\frac{\pi_1}{\pi_2} > \frac{p_1}{p_2}$, l'agent préfère investir dans un seul

actif. Sur la figure 1, cas 2 et 3, W^* indique le portefeuille optimal. Plus précisément,

le portefeuille optimal est de la forme $(x_1, 0)$ si $\frac{\pi_1}{\pi_2} < \frac{p_1}{p_2}$ et il est de la forme $(0, x_2)$

dans le cas inverse $\frac{\pi_1}{\pi_2} > \frac{p_1}{p_2}$. En d'autres termes, il est optimal d'investir dans un actif

dont le rapport du prix sur la probabilité d'occurrence $\frac{\pi_i}{p_i}$ est minimal.

Concrètement, un VNM - agent investit toute sa richesse dans l'actif e_1 si $\frac{\pi_1}{p_1} < \frac{\pi_2}{p_2}$

(cas 2) et il investit dans l'actif e_2 si $\frac{\pi_1}{p_1} > \frac{\pi_2}{p_2}$ (cas 3).

R_2^+ est l'ensemble de tous les portefeuilles disponibles⁵. Nous avons constaté que dans les cas 2 et 3 le portefeuille optimal d'un VNM – agent se trouve à la frontière de l'ensemble R_2^+ . Le cas 1 est très particulier, l'individu est indifférent entre tout portefeuille qui satisfait la contrainte budgétaire. Dans ce cas nous constatons que parmi les portefeuilles optimaux il en existe deux qui appartiennent à la frontière de l'ensemble R_2^+ .

III.2. Le choix d'un agent qui déforme les probabilités objectives avant de maximiser l'espérance de sa richesse finale

Supposons maintenant qu'avant d'appliquer le critère d'espérance de la richesse, l'agent déforme les probabilités objectives selon la règle de Quiggin (1982). Nous cherchons à savoir de quelle façon les résultats classiques que nous venons de rappeler sont influencés par ce phénomène psychologique. Cette fois-ci le programme s'écrit :

$$\begin{aligned} & \text{Max } x_1 q_1 + x_2 q_2 \\ & \text{s.c } (x_1 - x_{01})\pi_1 + (x_2 - x_{02})\pi_2 = 0 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

où q_1 et q_2 sont des poids remplaçant les probabilités d'occurrence p_1 et p_2 . Les poids q_1 et q_2 sont définis différemment selon que x_1 est plus petit ou plus grand que x_2 . Notons $S_1 = \{(x_1, x_2) / x_1 \leq x_2\}$ et $S_2 = \{(x_1, x_2) / x_2 \leq x_1\}$. Nous soulignons qu'*a priori* les poids ne sont pas définis de la même façon sur ces deux sous-ensembles. En effet,

⁵ $R_2^+ = \{(x_1, x_2) / x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$

$$q_1 = w(p_1) \text{ et } q_2 = w(p_1 + p_2) - w(p_1) = 1 - w(p_1) \text{ si } x_1 < x_2^6$$

et

$$q_2 = w(p_2) \text{ et } q_1 = w(p_2 + p_1) - w(p_2) = 1 - w(p_2) \text{ si } x_2 < x_1$$

où w est une fonction de pondération tel que $w(0) = 0$ et $w(1) = 1$ qui traduit le degré de pessimisme ou d'optimisme de l'individu. De cette façon, la déformation des probabilités objectives induit la division de l'ensemble R_2^+ des portefeuilles disponibles en deux sous-ensembles S_1 et S_2 . La pente des courbes d'indifférence $-\frac{q_1}{q_2}$ est égale à $-\frac{w(p_1)}{1-w(p_1)}$ dans le domaine S_1 et à $-\frac{1-w(p_2)}{w(p_2)}$ dans S_2 . Cependant, à cause de l'égalité $w(p_1) + w(p_2) = 1$, nous montrons que les deux pentes sont égales :

$$\frac{w(p_1)}{1-w(p_1)} = \frac{1-w(p_2)}{w(p_2)}.$$

En effet,

$$w(p_1)w(p_2) = (1-w(p_2))(1-w(p_1))$$

$$w(p_1)w(p_2) = 1 - w(p_1) - w(p_2) + w(p_1)w(p_2)$$

$$w(p_1) + w(p_2) = 1.$$

Cette dernière égalité est vérifiée pour toute fonction de pondération w . Puisque les pentes des courbes d'indifférences sont les mêmes dans les sous-ensembles S_1 et S_2 , cela signifie que les courbes d'indifférence d'un individu déformant les probabilités sont des droites parallèles de pente $-\frac{q_1}{q_2} = \frac{w(p_1)}{1-w(p_1)} = \frac{1-w(p_2)}{w(p_2)}$. Ainsi, le portefeuille

optimal de cet agent a la même structure que le portefeuille optimal d'un VNM – agent; c'est-à-dire un portefeuille sur la frontière de l'ensemble R_2^+ . Précisons néanmoins que les deux agents ne vont pas forcément choisir le même portefeuille car, *à priori*, les pentes des courbes d'indifférence ne coïncident pas : $-\frac{q_1}{q_2} \neq -\frac{p_1}{p_2}$.

Cependant, il n'y a pas de différence significative dans la composition des portefeuilles de ces deux individus; tous les deux investissent dans un seul actif.

⁶ Dans le cas particulier où $x_1 = x_2$, la seule solution du système 2 consiste à acheter $\frac{W_0}{\pi_1 + \pi_2}$ de chaque actif.

La question du système des poids ne se pose pas puisqu'il s'agit ici d'un événement certain.

Toutefois, nous avons abouti à cette conclusion en s'appuyant sur l'égalité $w(p_1) + w(p_2) = 1$ qui est d'ailleurs vérifiée pour tout n .

$$w(p_1) + w(p_2) + \dots + w(p_n) = 1 \quad (3)$$

Or, si $n > 2$ la signification de (3) n'est plus la même. Par exemple, si $n = 3$, l'ensemble des portefeuilles accessibles est divisé cette fois-ci sur six sous-ensembles, chacun étant caractérisé par sa propre système de poids. A l'intérieur de chacun des sous-ensembles les plans d'indifférence sont parallèles entre eux car ils sont définis en fonction du même système de poids. Par contre, deux plans d'indifférence appartenant aux sous-ensembles différents ne sont pas parallèles. Ainsi, même si l'égalité (*) est vérifiée, nous ne pouvons plus en déduire que les plans d'indifférence correspondant aux différents sous-ensembles sont parallèles⁷. Or, ce fait peut jouer un rôle déterminant en termes de choix de portefeuille. Plus précisément, ce constat peut amener à des choix de portefeuilles très particuliers, en tous cas différents des choix d'un VNM – agent.

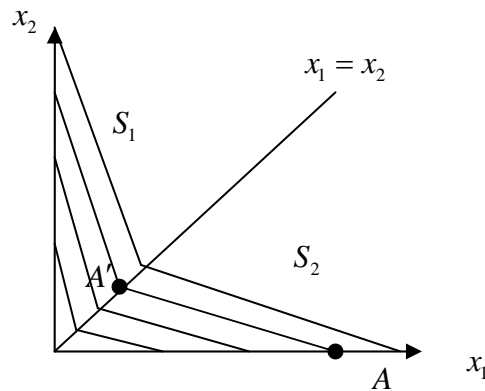
Puisque cette démonstration nécessite une analyse graphique, nous préférons, pour des raisons de clarté, considérer le cas de deux actifs. En supposant $w(p_1) + w(p_2) \neq 1$, nous traitons le cas où les deux pentes des courbes d'indifférence $-\frac{w(p_1)}{1-w(p_1)}$ et $-\frac{1-w(p_2)}{w(p_2)}$ correspondant aux sous-ensembles S_1 et S_2 respectivement ne sont pas égales. Cela implique que les courbes d'indifférence appartenant aux différents sous-ensembles ne sont pas parallèles. Ainsi, nous avons créé une situation artificielle qui ne peut pas avoir lieu (puisque dans le cas de deux actifs l'égalité $w(p_1) + w(p_2) = 1$ implique que les courbes d'indifférences sont parallèles), mais qui nous permettra de détecter les conséquences du phénomène apparu dans le cas de trois actifs sur le choix du portefeuille. Nous allons tout d'abord utiliser une approche graphique qui nous semble plus parlant dans ce cas.

⁷ Les calculs sont présentés dans l'annexe 1.a.

III.3. Approche graphique

Si $w(p_1) + w(p_2) \neq 1$, deux possibilités se présentent. Les courbes d'indifférence dans le domaine S_1 sont plus pentues ou moins pentues que celles dans le domaine S_2 .

Considérons d'abord le cas représenté sur la figure 2 où les courbes d'indifférence dans S_1 sont plus pentues que celles dans S_2 :



$$\frac{w(p_1)}{1-w(p_1)} > \frac{1-w(p_2)}{w(p_2)}$$

Figure 2

Rappelons que le programme de l'agent maximisant l'espérance de sa richesse future est un cas particulier de la théorie de l'utilité espérée correspondant à la fonction d'utilité linéaire. Il est donc important de mentionner que la forme des courbes d'indifférence représentées sur la figure 2 est due à la déformation des probabilités objectives et pas à la fonction d'utilité. Ces courbes, qui sont convexes, caractériseraient un agent riscophobe dans le contexte standard. En effet, comparons le portefeuille risqué A et le portefeuille sans risque A' qui se trouvent sur la même courbe d'indifférence. Pour que l'agent soit indifférent entre A et A' il faut que la quantité en actif e_1 dans le portefeuille risqué A soit très élevée par rapport à celle dans le portefeuille sans risque A' .

Afin de trouver le portefeuille optimal, comparons les pentes des courbes d'indifférence avec la pente de la droite budgétaire dans S_1 et S_2 respectivement. Les trois cas sont représentés sur la figure 4.

Cas 1. La droite de budget est plus pentue que les courbes d'indifférence dans S_1 (forcément, elle l'est aussi dans S_2) :

$$\frac{\pi_1}{\pi_2} > \frac{w(p_1)}{1-w(p_1)} > \frac{1-w(p_2)}{w(p_2)}.$$

Dans ce cas la solution optimale dans S_1 est un portefeuille de la forme $(0, x_2)$. En même temps, dans S_2 le portefeuille optimal se trouve sur la bissectrice. Finalement, le portefeuille optimal (dans R_2^+) est de la forme $(0, x_2)$. En d'autres termes, l'agent préfère investir dans un seul actif e_2 .

Cas 2. La droite de budget est moins pentue que les courbes d'indifférence dans S_1 et elle est moins pentue que les courbes d'indifférence dans S_2 :

$$\frac{w(p_1)}{1-w(p_1)} > \frac{1-w(p_2)}{w(p_2)} > \frac{\pi_1}{\pi_2}.$$

Dans ce cas, la solution optimale dans S_1 se trouve sur la bissectrice et celle dans S_2 est de la forme $(x_1, 0)$. Finalement le portefeuille optimal est aussi de la forme $(x_1, 0)$. L'agent investit toute sa richesse dans l'actif e_1 .

Cas 3. La droite de budget est moins pentue que les courbes d'indifférence dans S_1 et est plus pentue que les courbes d'indifférence dans S_2 :

$$\frac{w(p_1)}{1-w(p_1)} > \frac{\pi_1}{\pi_2} > \frac{1-w(p_2)}{w(p_2)}.$$

Dans ce cas, un point sur la bissectrice est à la fois la solution optimale dans S_1 et dans S_2 . Ainsi, le portefeuille optimal (dans R_2^+) est un portefeuille sans risque.

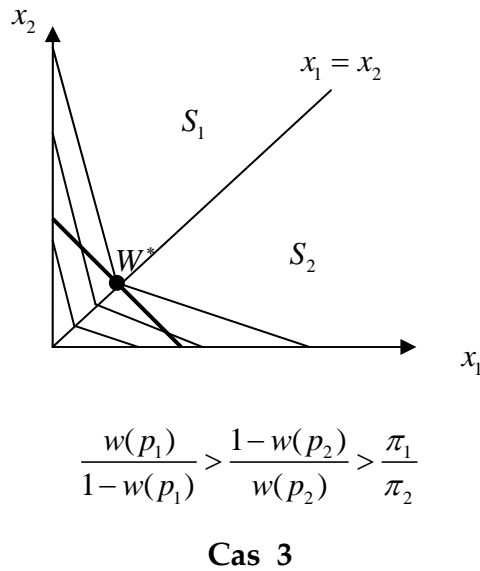
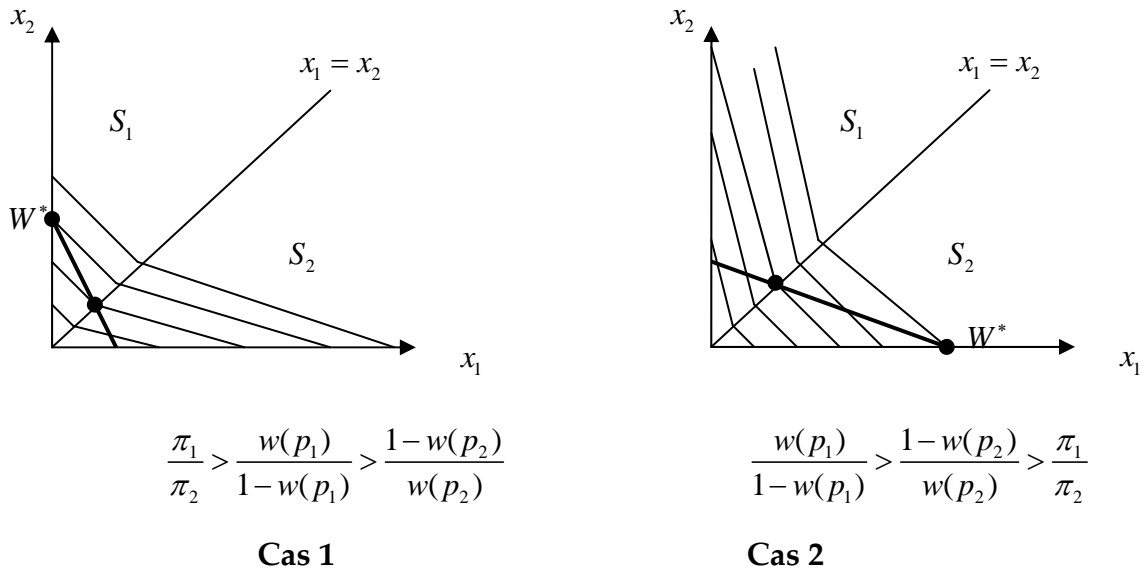
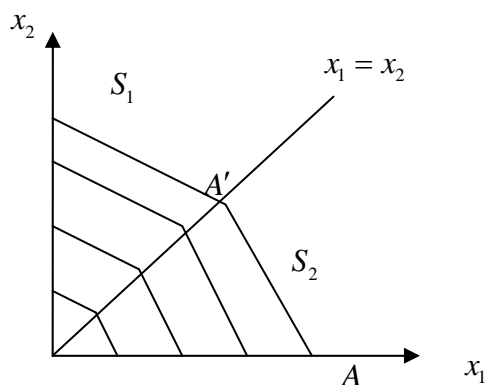


Figure 3

Nous constatons que les portefeuilles optimaux obtenus dans les cas 1 et 2 sont identiques à ceux dans la théorie classique d'un agent neutre au risque. En effet, l'agent investit toute sa richesse dans un seul actif - celui qui est caractérisé par le rapport du prix sur le poids $\frac{\pi_i}{q_i}$ minimal. Nous avons $\frac{\pi_2}{q_2} < \frac{\pi_1}{q_1}$ dans le cas 1 et l'inégalité inverse dans le cas 2. Par contre, le résultat obtenu dans le cas 3 est plus intéressant : le portefeuille optimal est un actif sans risque. Cela signifie qu'un agent neutre au risque et qui déforme les probabilités objectives de la façon représentée à la

figure 3 peut choisir d'investir dans un portefeuille sans risque au lieu d'allouer toute sa richesse dans un seul actif comme il le ferait s'il ne déformait pas les probabilités.

Considérons maintenant le cas représenté sur la figure 4 où les courbes d'indifférence dans S_1 sont moins pentues que celles dans S_2 :



$$\frac{w(p_1)}{1-w(p_1)} < \frac{1-w(p_2)}{w(p_2)}$$

Figure 4

Cette fois-ci, les courbes d'indifférence sont concaves et elles caractériseraient un agent ayant du goût pour le risque dans le contexte de la théorie standard (alors qu'ici sa fonction d'utilité est linéaire).

Nous montrons que dans ce cas le choix optimal de l'agent consiste à investir toute sa richesse dans un seul actif comme dans le cas d'un VNM – agent. Pour cela, nous utilisons la même technique en comparant les pentes des courbes d'indifférence avec la pente de la droite budgétaire dans S_1 et S_2 séparément. Les calculs sont donnés en annexe 1.b.

Après avoir analysé toutes les possibilités nous constatons que la différence entre un VNM - agent et celui qui déforme les probabilités objectives réside dans le fait que ce dernier peut choisir à l'optimum le portefeuille sans risque. Un VNM - agent peut, lui aussi, investir dans l'actif sans risque mais seulement quand il est indifférent entre tous les portefeuilles satisfaisant la contrainte budgétaire (ce cas est

représenté sur la figure 1, cas 1). C'est-à-dire, pour un VNM - agent l'actif sans risque est un parmi plusieurs portefeuilles optimaux et n'est pas le seul choix possible comme pour un agent déformant les probabilités objectives.

Cependant, rappelons que l'hypothèse $w(p_1) + w(p_2) \neq 1$ qui a rendu possible cette analyse n'est pas vérifiée *à priori*. En réalité, dans le cas de deux actifs nous avons constaté qu'il n'y pas de différence significative entre les deux individus dans la mesure où les courbes d'indifférence d'un VNM - agent et d'un BPT - agent sont des droites parallèles. A l'optimum tout les deux vont détenir un portefeuille risqué qui se trouve sur la frontière de l'ensemble des portefeuilles accessibles. Plus précisément, les deux agents préfèrent d'investir dans un seul actif pur (pas forcément le même).

Toutefois, l'analyse du cas des deux actifs nous a permis d'avoir une intuition sur un résultat général qui peut éventuellement être établi dans le cas d'un plus grand nombre d'actifs. En se basant sur cette analyse nous pouvons supposer que dans les cas de plus grand nombre d'actifs un agent déformant les probabilités objectives peut choisir un actif sans risque à l'optimum. Notre objectif à présent est d'étudier le cas de trois actifs et d'établir si notre hypothèse est vérifiée et sous quelles conditions.

IV. Cas de trois actifs purs $n = 3$

IV.1. VMN – Agent. Approche graphique.

Dans le cas de trois actifs le portefeuille optimal (où l'ensemble de portefeuilles optimaux) est défini par la disposition des plans d'indifférence par rapport au plan du budget dans R_3^+ . Par exemple, considérons le cas trivial où le plan du budget est parallèle aux plans d'indifférence. Dans ce cas le plan du budget

coïncide avec une de plans d'indifférence. Ainsi, tout portefeuille sur le plan budgétaire est un portefeuille optimal. L'agent est donc indifférent entre un actif risqué et l'actif sans risque. Ce cas est analogue au cas de deux actifs représenté sur la figure 1, cas 1 où la droite budgétaire coïncide avec une des courbes d'indifférence.

Il est plus difficile à établir le portefeuille optimal quand le plan du budget n'est pas parallèle aux plans d'indifférence. Cependant, le résultat de maximisation d'une fonction linéaire est forcément un sous - ensemble (un point ou une droite) sur la frontière de l'ensemble de maximisation. L'ensemble R_3^+ est borné par les trois plans $x_1 = 0$, $x_2 = 0$ et $x_3 = 0$. Cela signifie que parmi les trois actifs il en existe au moins un dans lequel l'investissement est nul à l'optimum. En d'autres termes, le portefeuille optimal est toujours un portefeuille risqué qui contient un ou maximum deux actifs purs. L'individu peut choisir d'investir dans un actif sans risque uniquement dans le cas où il est indifférent entre l'actif sans risque et d'autres portefeuilles risqués situés sur le plan du budget (cas où le plan budgétaire coïncide avec un des plans d'indifférence).

IV.2. BPT – Agent. Condition nécessaire et suffisante.

Considérons un agent qui déforme les probabilités objectives. Son programme s'écrit

$$\begin{aligned} & \text{Max } x_1 q_1 + x_2 q_2 + x_3 q_3 \\ \text{s.c } & (x_1 - x_{01})\pi_1 + (x_2 - x_{02})\pi_2 + (x_3 - x_{03})\pi_3 = 0 \\ & x_1 \geq 0; x_2 \geq 0; x_3 \geq 0. \end{aligned} \quad (4)$$

où q_1 , q_2 et q_3 sont des poids remplaçant les probabilités d'occurrence p_1 , p_2 et p_3 respectivement. Les valeurs des poids dépendent de l'ordre des paiements du portefeuille. Comme nous l'avons déjà constaté l'ensemble de tous les portefeuilles disponibles est divisé en 6 sous-ensembles notés S_{ijk} :

$$S_{ijk} = \{W / 0 \leq x_i < x_j < x_k; i, j, k = 1, 2, 3 \text{ et } i \neq j \neq k\}.$$

A chacun de ces sous-ensembles correspond le système de poids q_i , q_j et q_k , *a priori* différents, définis selon la règle de Quiggin :

$$\begin{aligned} q_i &= w(p_i), \\ q_j &= w(p_i + p_j) - w(p_i), \\ q_k &= w(p_i + p_j + p_k) - w(p_i + p_j) = 1 - w(p_i + p_j). \end{aligned}$$

Par exemple, dans le cas où $x_2 < x_1 < x_3$ nous avons :

$$\begin{aligned} q_2 &= w(p_2), \\ q_1 &= w(p_2 + p_1) - w(p_2), \\ q_3 &= w(p_2 + p_1 + p_3) - w(p_2 + p_1) = 1 - w(p_2 + p_1). \end{aligned}$$

Cet ensemble de portefeuilles est noté S_{213} . Les poids ne sont pas définis de la même façon si l'ordre des paiements est modifié. Si $W \in S_{123}$, où $S_{123} = \{(x_1, x_2, x_3) / 0 < x_1 < x_2 < x_3\}$, les poids q_1 , q_2 et q_3 sont définis par

$$\begin{aligned} q_1 &= w(p_1), \\ q_2 &= w(p_1 + p_2) - w(p_1), \\ q_3 &= w(p_1 + p_2 + p_3) - w(p_1 + p_2) = 1 - w(p_1 + p_2). \end{aligned}$$

Ainsi, le programme (4) doit être résolu sur chaque \bar{S}_{ijk} ⁸ :

$$\begin{aligned} & \text{Max } x_i q_i + x_j q_j + x_k q_k \\ & \text{s.c } (x_i - x_{0i})\pi_i + (x_j - x_{0j})\pi_j + (x_k - x_{0k})\pi_k = 0 \\ & x_i \geq 0; x_i \leq x_j; x_j \leq x_k. \end{aligned}$$

Le lagrangien L_{ijk} est défini par :

$$\begin{aligned} L_{ijk} &= x_i q_i + x_j q_j + x_k q_k - \lambda((x_i - x_{0i})\pi_i + (x_j - x_{0j})\pi_j + (x_k - x_{0k})\pi_k) \\ & \quad + \mu_1 x_i - \mu_2 (x_i - x_j) - \mu_3 (x_j - x_k) \end{aligned}$$

où $\mu_1 \geq 0$, $\mu_2 \geq 0$ et $\mu_3 \geq 0$. Nous cherchons les solutions du système suivant :

⁸ L'ensemble $\bar{S}_{ijk} = \{W / 0 \leq x_i \leq x_j \leq x_k; i, j, k = 1, 2, 3 \text{ et } i \neq j \neq k\}$ et la fermeture de S_{ijk} dans R_3 .

$$\left\{ \begin{array}{l} q_i - \lambda \pi_i + \mu_1 - \mu_2 = 0 \\ q_j - \lambda \pi_j + \mu_2 - \mu_3 = 0 \\ q_k - \lambda \pi_k + \mu_3 = 0 \\ c.b \\ \mu_1 x_i = 0; \quad \mu_2 (x_i - x_j) = 0; \quad \mu_3 (x_j - x_k) = 0; \\ x_i \geq 0; \quad x_i \leq x_j; \quad x_j \leq x_k. \end{array} \right. \quad (5)$$

D'après les trois dernières équations nous cherchons une solution dans l'ensemble S_{ijk} . A l'intérieur de S_{ijk} les plans d'indifférence sont des plans parallèles. Formellement, on se retrouve ainsi dans un cas d'un VNM – agent qui cherche un portefeuille optimal ne pas dans R_3^+ , mais dans S_{ijk} qui est un sous-ensemble de R_3^+ borné par les plans $x_i = x_j$ et $x_j = x_k$. La droite $x_i = x_j = x_k$ est l'intersection de ces deux plans. La forme du portefeuille optimal dans S_{ijk} est définie par la disposition du plan de budget par rapport aux plans d'indifférence. Le portefeuille optimal se trouve forcément sur la frontière de S_{ijk} puisqu'il s'agit de maximiser une fonction linéaire. Le cas qui nous intéresse est celui de l'actif sans risque. Le théorème suivant établi les conditions sous lesquelles la solution du système (5) se trouve sur la droite $x_i = x_j = x_k$.

Théorème⁹

Soit $S_{ijk} = \{W / 0 \leq x_i < x_j < x_k; i, j, l = 1, 2, 3 \text{ et } i \neq j \neq k\}$. L'agent cherche à résoudre le programme de maximisation suivant

$$\begin{aligned} & \text{Max } x_i q_i + x_j q_j + x_k q_k \\ \text{s.c } & (x_i - x_{0i}) \pi_i + (x_j - x_{0j}) \pi_j + (x_l - x_{0k}) \pi_k = 0 \\ & x_i \geq 0; \quad x_i \leq x_j; \quad x_j \leq x_k. \end{aligned}$$

où les poids sont définis par

$$\begin{aligned} q_i &= w(p_i), \\ q_j &= w(p_i + p_j) - w(p_i) \text{ et} \\ q_k &= 1 - w(p_i + p_j). \end{aligned}$$

⁹ Voir la démonstration dans l'annexe 1.c.

L'actif sans risque est le seul portefeuille optimal dans \bar{S}_{ijk} si et seulement si

$$\frac{q_i + q_j}{q_k} > \frac{\pi_i + \pi_j}{\pi_k} \quad (6) \quad \text{et} \quad \frac{q_i}{q_j + q_k} > \frac{\pi_i}{\pi_j + \pi_k} \quad (7)$$

Remarque

En réalité, en cas d'égalité dans les équations (6) et (7) l'actif sans risque est aussi le portefeuille optimal. Dans ce cas particulier l'agent est indifférent entre l'actif sans risque et d'autres portefeuilles situés sur $x_i = x_j$ (équation 6) ou sur $x_j = x_k$ (équation 7). Or, par analogie avec le cas des deux actifs, nous nous intéressons à la situation dans laquelle l'actif sans risque est le seul choix possible, c'est-à-dire il est le seul portefeuille optimal. Nous considérons donc les inégalités strictes dans (6) et (7).

Le théorème 1 propose une condition nécessaire et suffisante dans l'ensemble S_{ijk} . Évidemment, si l'agent choisit l'actif sans risque dans chacun des six sous-ensembles \bar{S}_{ijk} , cet actif sera préféré par l'agent à tout autre portefeuille. Nous montrons que la condition du théorème 1 ne peut pas être vérifiée sur tous les S_{ijk} simultanément. Pour cela réécrivons la condition du théorème 1 en termes de probabilités objectives :

$$\frac{w(p_i + p_j)}{1 - w(p_i + p_j)} > \frac{\pi_i + \pi_j}{\pi_k} \quad \text{et} \quad \frac{w(p_i)}{1 - w(p_i)} > \frac{\pi_i}{\pi_j + \pi_k} \quad (8)$$

Concrètement, sur l'ensemble S_{123} nous avons

$$\frac{w(p_1 + p_2)}{1 - w(p_1 + p_2)} > \frac{\pi_1 + \pi_2}{\pi_3} \quad \text{et} \quad \frac{w(p_1)}{1 - w(p_1)} > \frac{\pi_1}{\pi_2 + \pi_3}.$$

De même, par exemple sur l'ensemble S_{231} l'équation (8) devient :

$$\frac{w(p_2 + p_3)}{1 - w(p_2 + p_3)} > \frac{\pi_2 + \pi_3}{\pi_1} \quad \text{et} \quad \frac{w(p_2)}{1 - w(p_2)} > \frac{\pi_2}{\pi_1 + \pi_3}.$$

Finalement, d'après le théorème 1, l'actif sans risque est le portefeuille optimal dans tous les \bar{S}_{ijk} si et seulement si le système suivant est compatible :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{w(p_1 + p_2)}{1 - w(p_1 + p_2)} > \frac{\pi_1 + \pi_2}{\pi_3} \\ \frac{w(p_1 + p_3)}{1 - w(p_1 + p_3)} > \frac{\pi_1 + \pi_3}{\pi_2} \\ \frac{w(p_2 + p_3)}{1 - w(p_2 + p_3)} > \frac{\pi_2 + \pi_3}{\pi_1} \\ \frac{w(p_1)}{1 - w(p_1)} > \frac{\pi_1}{\pi_2 + \pi_3} \\ \frac{w(p_2)}{1 - w(p_2)} > \frac{\pi_2}{\pi_1 + \pi_3} \\ \frac{w(p_3)}{1 - w(p_3)} > \frac{\pi_3}{\pi_1 + \pi_2} \end{array} \right. \quad (9)$$

Les trois premières équations du système correspondent à la condition (6) reproduite dans chacun des ensembles S_{ijk} et les trois dernières équations correspondent à la condition (7). Notons $\pi = \pi_1 + \pi_2 + \pi_3$. D'après les calculs élémentaires le système (9) est équivalent à

$$\left\{ \begin{array}{l} w(p_1 + p_2) > \frac{\pi_1 + \pi_2}{\pi} \\ w(p_1 + p_3) > \frac{\pi_1 + \pi_3}{\pi} \\ w(p_2 + p_3) > \frac{\pi_2 + \pi_3}{\pi} \\ w(p_1) > \frac{\pi_1}{\pi} \\ w(p_2) > \frac{\pi_2}{\pi} \\ w(p_3) > \frac{\pi_3}{\pi} \end{array} \right.$$

Ainsi, $w(p_1) + w(p_2) + w(p_3) > 1$ d'après les trois dernières équations. Or, toute fonction de pondération w vérifie la condition $w(p_1) + w(p_2) + w(p_3) = 1$. De cette façon nous avons montré que la condition nécessaire et suffisante du théorème 1 ne peut pas être vérifiée sur tous les sous-ensembles S_{ijk} simultanément. Cela implique qu'il existe au moins un sous-ensemble, noté S_{ijk}^0 , sur lequel l'investissement dans l'actif sans risque n'est pas optimal. Il existe donc un portefeuille risqué P

appartenant à S_{ijk}^0 qui procure à l'agent plus de satisfaction que l'actif sans risque. Puisque sur tout ensemble S_{ijk} l'actif sans risque procure la même satisfaction à l'agent, ce dernier choisira P à l'optimum. En conclusion, pour un agent qui maximise l'espérance de sa richesse finale en déformant les probabilités objectives, l'investissement dans l'actif sans risque n'est jamais optimal.

V. Discussion

La déformation des probabilités objectives est un des points qui fait la différence entre les modèles de Markowitz (1952) et de Shefrin et Statman (2000). En effet, dans les deux modèles les agents cherchent à maximiser l'espérance de leur richesse finale. Or, l'un considère les probabilités déformées et l'autre - les probabilités objectives. En outre, le portefeuille optimal de Markowitz est déterminé pour une valeur donnée de la variance, alors que le choix de BPT - agent est conditionné par une contrainte de sécurité.

Le portefeuille optimal obtenu dans le cadre de la théorie BPT diffère de celui suggéré par le modèle espérance - variance de Markowitz (1952a). Plus précisément, selon l'approche espérance - variance l'investisseur cherche à diminuer le risque et détient un portefeuille parfaitement diversifié à l'optimum. Au contraire, Shefrin et Statman suggèrent que l'individu peut choisir d'investir une partie non négligeable de sa richesse dans un titre présentant une asymétrie positive importante, ayant les caractéristiques d'une loterie. Concrètement, suivant le modèle BPT l'individu choisit le portefeuille contenant un actif « peu risqué » (voir sans risque) et un titre « trop risqué ». Évidemment, un tel portefeuille ne peut pas s'inscrire dans un contexte classique de la diversification parfaite.

Ici nous avons montré que le choix de l'agent qui déforme les probabilités objectives est similaire à celui qui ne les déforme pas à condition de maximiser

l'espérance de la richesse finale. Cela signifie que la différence de comportement décrite par les deux modèles ne peut pas prévenir de la déformation des probabilités. En outre, cela implique que, ce n'est pas la déformation des probabilités objectives qui est à l'origine de la forme particulière du portefeuille optimal de Shefrin et Statman (2000).

Le résultat obtenu est, à notre avis, dû au fait que l'individu est supposé neutre au risque en terme de l'utilité espérée : sa fonction d'utilité est linéaire car nous avons considéré un individu qui maximise l'espérance de sa richesse finale et non pas l'utilité espérée. Ainsi, l'attitude face au risque n'est prise en compte que par la fonction de pondération. Par ailleurs, une approche analogue a été développée par Yaari (1987) dans la théorie duale à l'utilité espérée où le rôle des paiements d'une loterie et des probabilités d'occurrence sont renversés. L'un parmi nombreux résultats de Yaari est le constat de l'existence des « paradoxes duaux ». Concrètement, le comportement considéré comme « paradoxale » dans la théorie de l'utilité espérée s'explique bien avec la théorie duale de Yaari. Par contre, pour chaque « paradoxe » de l'utilité espérée il en existe un autre, le « paradoxe » de la théorie duale. Par exemple, considérons l'expérience utilisé par Allais (1953) pour prouver l'impossibilité d'expliquer à l'aide de la théorie de l'utilité espérée le comportement observé. Ce dernier n'est pas considéré comme paradoxale dans la théorie duale. Cependant, il est possible d'établir une expérience qui ressemble à celle utilisée par Allais, mais avec les rôles de paiements et de probabilités inversés. Cette expérience permet d'observer un comportement cohérent avec la théorie de l'utilité espérée, mais qui ne peut pas être expliqué par la théorie duale.

Notre résultat va dans le même sens que celui de Yaari (1987). En effet, nous avons montré qu'un individu qui maximise l'espérance de sa richesse finale sous les probabilités déformées se comporte de la même façon qu'un individu qui considère les probabilités objectives. Ainsi, nous prétendons que la déformation des probabilités objectives, seule, n'est pas suffisante pour amener à des résultats significativement différents. En conclusion, l'attitude face au risque doit être prise en compte de manière jointe par l'intermédiaire des deux fonctions : d'une part, par la

fonction de pondération et, d'autre part, par la fonction d'utilité ou la fonction de valeur.

Notre résultat s'inscrit aussi dans le contexte des travaux défendant la théorie des perspectives de Tversky et Kahneman (1992) qui connaît aujourd'hui un grand succès. En apportant des explications satisfaisantes à des phénomènes qui sont considérés comme des « puzzles » dans la théorie de l'utilité espérée cette théorie fait partie des modèles non linéaires. Ainsi, l'individu décrit par Tversky et Kahneman transforme les probabilités aussi bien que les paiements d'une loterie avant de l'évaluer. Certains auteurs, comme par exemple Levy et Levy (2002), proposent des expériences qui semblent prouver l'indigence de la théorie des perspectives. Or, dans ces expériences Levy et Levy appliquent les probabilités objectives en prétendant que la déformation des probabilités ne joue pas le rôle important. Or, Wakker (2003) refait les mêmes expériences et montre que c'est par ce que Levy et Levy ont négligé la fonction de pondération qu'ils ont arrivé à ces conclusions. De cette façon, nous confirmons l'analyse de Yaary (1987) et de Wakker (2003), établies tout de même dans un contexte différent, en montrant l'importance de prendre en considération ensemble les deux composantes de l'attitude face au risque.

VI. Conclusion

L'espérance d'utilité de la richesse finale ou la rentabilité espérée est un critère de choix intuitif quand il s'agit de faire un choix dans une situation risquée. Le BPT de Shefrin et Statman (2000) s'appuient, également, sur le critère de l'espérance, mais contrairement à l'approche classique, supposent que les préférences des individus ne sont pas linéaires par rapport aux probabilités. Dans ce papier nous avons étudié l'impact de ce phénomène psychologique sur le choix de portefeuille. Nous avons pris comme référence le modèle BPT de Shefrin et Statman (2000) dans

lequel l'individu fait son choix en maximisant l'espérance de la richesse finale sous les probabilités déformées et sous une contrainte de sécurité. Notre choix a été motivé par le fait que le portefeuille optimal obtenu dans le cadre de ce modèle diffère de celui proposé par l'approche standard de Markowitz (1952). Ainsi, il peut paraître que c'est parce que l'agent de Shefrin et Statman déforme les probabilités objectives qu'il choisit un portefeuille contenant un billet de loterie. Nous avons comparé deux agents qui maximisent l'espérance de la richesse finale. Or, l'un d'entre eux, appelé VNM – agent, considère les probabilités objectives tandis que le deuxième déforme les probabilités avant de calculer l'espérance. En alternant deux techniques différentes, une approche analytique et une approche graphique, nous avons constaté, dans des cas relativement simples (le nombre d'actifs purs $n = 2$ et $n = 3$), que les portefeuilles optimaux des deux agents ont la même structure. Plus précisément, il existe toujours un portefeuille optimal qui ne contient qu'un seul actif. Précisons que cela ne signifie pas, toutes choses égales par ailleurs, que les deux agents vont choisir le même portefeuille à l'optimum. Toutefois, il n'y pas de différence significative dans le comportement des deux individus dans la mesure où chacun cherche à investir dans un portefeuille qui se trouve sur la frontière de l'ensemble des portefeuilles disponibles. Il est connu que pour un VNM – agent cette stratégie est optimale car il maximise l'espérance, c'est-à-dire une fonction linéaire par rapport aux probabilités. Et même si ce n'est plus le cas pour l'individu déformant les probabilités (sa fonction objectif n'est pas linéaire par rapport aux probabilités sur l'ensemble des portefeuilles disponibles), le résultat obtenu laisse penser que le critère de l'espérance de la richesse finale ne suffira pas pour amener à des choix de portefeuille significativement différents.

En outre, la forme particulière du portefeuille optimal de Shefrin et Statman n'est pas due au fait que l'individu déforme les probabilités objectives. Rappelons que pour le moment le rôle de la contrainte de sécurité n'a pas été clarifié puisque nous avons supposé que cette contrainte est toujours satisfaite. En fait, la contrainte détermine l'ensemble des portefeuilles de sécurité. Mais, dans la mesure où l'individu qui déforme les probabilités se comporte d'une manière similaire à celle

d'un individu qui ne déforme pas les probabilités, le problème de maximisation de l'agent se réduit à une maximisation sur un sous - ensemble particulier.

ANNEXE 1.a

Nous montrons que, contrairement au cas de deux actifs purs, les plans d'indifférences correspondants aux différents sous-ensembles ne sont pas parallèles.

Considérons le cas de trois actifs, $n = 3$.

Notons $S_{123} = \{(x_1, x_2, x_3) / 0 < x_1 < x_2 < x_3\}$. Si $W \in S_{123}$, les poids q_1 , q_2 et q_3 sont définis par

$$\begin{aligned} q_1 &= w(p_1), \\ q_2 &= w(p_1 + p_2) - w(p_1), \\ q_3 &= w(p_1 + p_2 + p_3) - w(p_1 + p_2) = 1 - w(p_1 + p_2). \end{aligned}$$

Les poids ne sont pas définis de la même façon si l'ordre des paiements est modifié.

Par exemple, dans le cas où $x_2 < x_1 < x_3$ nous avons :

$$\begin{aligned} q_2 &= w(p_2), \\ q_1 &= w(p_2 + p_1) - w(p_2), \\ q_3 &= w(p_2 + p_1 + p_3) - w(p_2 + p_1) = 1 - w(p_2 + p_1). \end{aligned}$$

Par analogie, cet ensemble de portefeuilles est noté S_{213} . D'une façon plus générale,

notons $S_{ijk} = \{W / 0 \leq x_i < x_j < x_k; i, j, l = 1, 2, 3 \text{ et } i \neq j \neq k\}$. Ainsi, l'ensemble R_3^+ de tous

les portefeuilles est divisé en six sous-ensembles S_{ijk} . A chacun de ces sous-

ensembles correspond le système de poids q_i , q_j et q_k , *a priori* différents, définis

selon la règle de Quiggin :

$$\begin{aligned} q_i &= w(p_i), \\ q_j &= w(p_i + p_j) - w(p_i), \\ q_k &= w(p_i + p_j + p_k) - w(p_i + p_j) = 1 - w(p_i + p_j). \end{aligned}$$

Les plans d'indifférence sont définis par les équations :

$$x_i w(p_i) + x_j q_j + x_k q_k = \text{const}$$

Nous pouvons facilement montrer que les plans des différents sous-ensembles S_{ijk} ne

sont pas parallèles. A titre d'exemple considérons S_{123} et S_{132} . Les équations des

plans d'indifférence correspondants sont :

$$x_1 w(p_1) + x_2 (w(p_1 + p_2) - w(p_1)) + x_3 (1 - w(p_1 + p_2)) = \text{const} \quad \text{dans } S_{123}$$

$$x_1 w(p_1) + x_2 (w(p_1 + p_3) - w(p_1)) + x_k (1 - w(p_1 + p_3)) = \text{const} \quad \text{dans } S_{132}$$

Pour que ces plans soient parallèles il faut et il suffit que

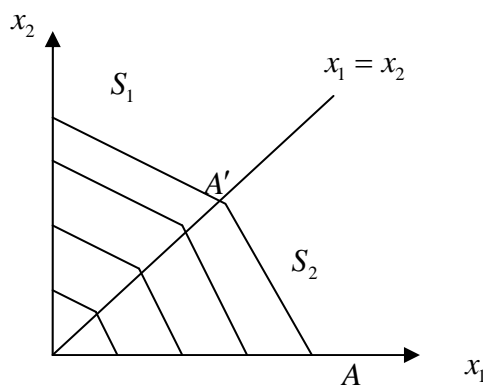
$$\frac{w(p_1)}{w(p_1)} = \frac{w(p_1 + p_2) - w(p_1)}{w(p_1 + p_3) - w(p_1)} = \frac{1 - w(p_1 + p_2)}{1 - w(p_1 + p_3)}$$

Or, aucune de ces deux égalités n'est vérifiée car $w(p_1 + p_2) \neq w(p_1 + p_3)$. D'une façon générale, cela signifie que les plans d'indifférence appartenant aux différents sous-ensembles S_{ijk} ne sont pas parallèles.

ANNEXE 1.b.

Considérons le cas représenté sur la figure ci-dessous où les courbes

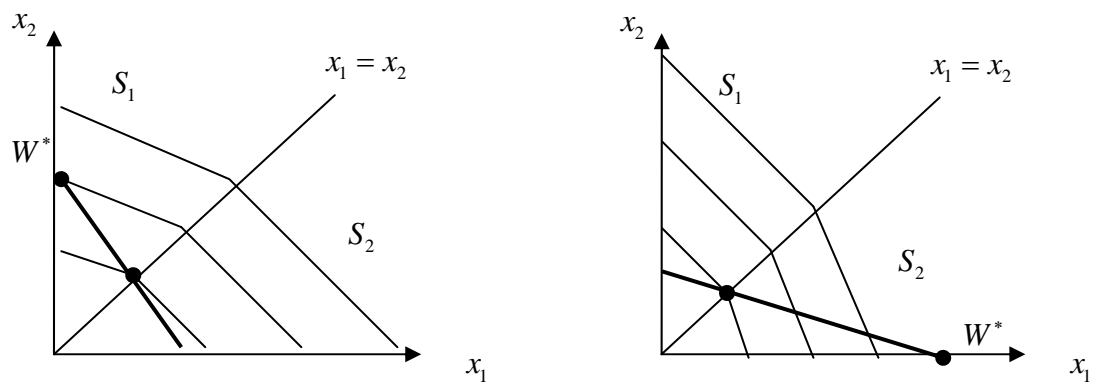
d'indifférence dans S_1 sont moins pentues que celles dans S_2 : $\frac{w(p_1)}{1 - w(p_1)} < \frac{1 - w(p_2)}{w(p_2)}$.



$$\frac{w(p_1)}{1 - w(p_1)} < \frac{1 - w(p_2)}{w(p_2)}$$

Nous montrons que dans ce cas le choix optimal de l'agent consiste à investir toute sa richesse dans un seul actif comme dans le cas d'un VNM – agent. Pour cela, nous comparons les pentes des courbes d'indifférence avec la pente de la droite budgétaire dans S_1 et S_2 respectivement.

Cas 1. La droite de budget est plus pentue que les courbes d'indifférence dans S_2 (elle l'est forcément dans S_1) : $\frac{w(p_1)}{1-w(p_1)} < \frac{1-w(p_2)}{w(p_2)} < \frac{\pi_1}{\pi_2}$. La solution optimale dans S_1 est un portefeuille de la forme $(0, x_2)$ et dans S_2 la solution optimale se trouve sur la bissectrice. Finalement, le portefeuille optimal (dans R_2^+) est de la forme $(0, x_2)$. (Figure 1).

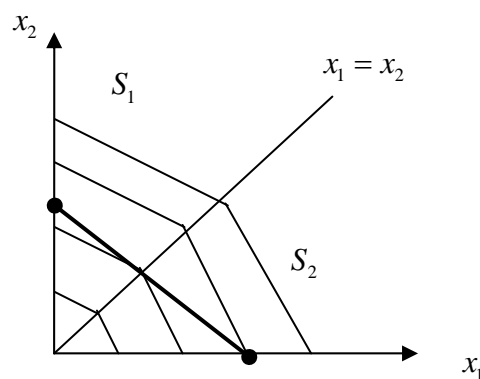


$$\frac{w(p_1)}{1-w(p_1)} < \frac{1-w(p_2)}{w(p_2)} < \frac{\pi_1}{\pi_2}$$

Cas 1.

$$\frac{\pi_1}{\pi_2} < \frac{w(p_1)}{1-w(p_1)} < \frac{1-w(p_2)}{w(p_2)}$$

Cas 2.



$$\frac{w(p_1)}{1-w(p_1)} < \frac{\pi_1}{\pi_2} < \frac{1-w(p_2)}{w(p_2)}$$

Cas 3.

Figure 1

Cas 2. La droite de budget est moins pentue que les courbes d'indifférence dans S_1 et est moins pentue que les courbes d'indifférence dans S_2 :

$$\frac{\pi_1}{\pi_2} < \frac{w(p_1)}{1-w(p_1)} < \frac{1-w(p_2)}{w(p_2)}$$

Ainsi, la solution optimale dans S_1 se trouve sur la

bissectrice et celle dans S_2 est de la forme $(x_1, 0)$. Finalement, le portefeuille optimal est aussi de la forme $(x_1, 0)$.

Cas 2. La droite de budget est moins pentue que les courbes d'indifférence dans S_2 et est plus pentue que les courbes d'indifférence dans S_1 :

$$\frac{w(p_1)}{1-w(p_1)} < \frac{\pi_1}{\pi_2} < \frac{1-w(p_2)}{w(p_2)}$$

Dans ce cas la solution optimale dans S_1 est de la forme

$(0, x_2)$ et celle dans S_2 est de la forme $(x_1, 0)$. De cette façon, le portefeuille optimal peut prendre une de ces deux formes (sur la figure le portefeuille $(x_1, 0)$ apporte plus de satisfaction à l'agent que le portefeuille $(0, x_2)$).

ANNEXE 1.c.

Démonstration du théorème 1.

Montrons d'abord que les conditions (6) et (7) forment *une condition suffisante* pour que l'actif sans risque soit une solution du système (5). Supposons que l'équation (6) soit vérifiée. D'après les trois premières équations du système (5) nous avons

$$\frac{q_i + q_j}{q_k} = \frac{\lambda(\pi_i + \pi_j) - \mu_1 + \mu_3}{\lambda\pi_k - \mu_3} > \frac{\pi_i + \pi_j}{\pi_k}.$$

Où bien

$$\lambda(\pi_i + \pi_j)\pi_k - \mu_1\pi_k + \mu_3\pi_k > \lambda(\pi_i + \pi_j)\pi_k - \mu_3(\pi_i + \pi_j).$$

D'où

$$\mu_3(\pi_i + \pi_j + \pi_k) > \mu_1\pi_k \geq 0$$

puisque $\mu_1 \geq 0$. Nous en déduisons que $\mu_3 > 0$, ce qui implique $x_j = x_k$.

Supposons maintenant que l'équation (7) est vérifiée. D'après les équations du système (5) nous avons

$$\frac{q_i}{q_j + q_k} = \frac{\lambda\pi_i - \mu_1 + \mu_2}{\lambda(\pi_j + \pi_k) - \mu_2} > \frac{\pi_i}{\pi_j + \pi_k}$$

Où bien

$$\mu_2(\pi_i + \pi_j + \pi_k) > \mu_1(\pi_j + \pi_k) \geq 0.$$

D'où $\mu_2 > 0$ et donc $x_i = x_j$.

Ainsi, si les conditions (6) et (7) sont satisfaites, l'actif sans risque est la solution du système (5).

Montrons que les deux équations (6) et (7) forment aussi *une condition nécessaire* pour que l'actif sans risque soit la solution du système (5). Avant d'aborder ce problème précisons que les équations (6) et (7) sont exprimées en termes des poids associés aux portefeuilles de dimension 3¹⁰. Or, dans ce qui suit nous allons considérer aussi les portefeuilles de dimension 2, plus précisément des portefeuilles sur les plans $x_i = x_j$ ou $x_j = x_k$. Rappelons que les poids de dimension 3 sont définis par

$$q_i^3 = w(p_i), \quad q_j^3 = w(p_i + p_j) - w(p_i) \quad \text{et} \quad q_k^3 = 1 - w(p_i + p_j).$$

Et pour la dimension 2 nous avons

$$q_{ij}^2 = w(p_i + p_j) \quad \text{et} \quad q_k^2 = 1 - w(p_i + p_j) \quad \text{si} \quad x_i = x_j$$

$$q_i^2 = w(p_i) \quad \text{et} \quad q_{jk}^2 = 1 - w(p_i) \quad \text{si} \quad x_j = x_k.$$

Ainsi, sur le plan $x_i = x_j$ nous avons $q_i^3 + q_j^3 = w(p_i + p_j) = q_{ij}^2$ et les poids pour l'événement le plus favorable sont les mêmes pour les deux dimensions : $q_k^3 = q_k^2$.

Avec cette remarque, sur le plan $x_i = x_j$ l'équation (6) devient :

$$\frac{q_{ij}}{q_k} > \frac{\pi_i + \pi_j}{\pi_k} \quad (8)$$

¹⁰ On dit qu'un portefeuille contenant trois actifs est de dimension 3 si les paiements des trois actifs sont différents. Dans le cas contraire, par exemple quand $x_i = x_j$, les états ω_i et ω_j se transforment en un seul état qui se réalise avec la probabilité $p_i + p_j$. La dimension du portefeuille diminue de 1.

De même, sur le plan $x_j = x_k$ nous avons $q_i^3 = q_i^2$ et $q_j^3 + q_k^3 = 1 - w(p_i) = q_{jk}^2$. Sur ce plan l'équation (7) devient

$$\frac{q_i}{q_{kj}} > \frac{\pi_i}{\pi_j + \pi_k} \quad (9)$$

Montrons dans un premier temps que l'équation (6) est une condition nécessaire pour que l'actif sans risque soit la solution du système (5). Pour cela, supposons qu'elle n'est pas vérifiée :

$$\frac{q_i + q_j}{q_k} \leq \frac{\pi_i + \pi_j}{\pi_k} \quad \text{ou bien} \quad \frac{q_{ij}}{q_k} \leq \frac{\pi_i + \pi_j}{\pi_k} \quad \text{si } x_i = x_j \quad (10)$$

Il existe un portefeuille risqué qui apporte à l'individu plus de satisfaction que l'actif sans risque. La représentation graphique permet d'identifier ce portefeuille. Sur le plan $x_i = x_j$ l'hypothèse (10) signifie que les courbes d'indifférence sont moins pentues que la contrainte de budget. Nous représentons cette situation sur la figure 1.

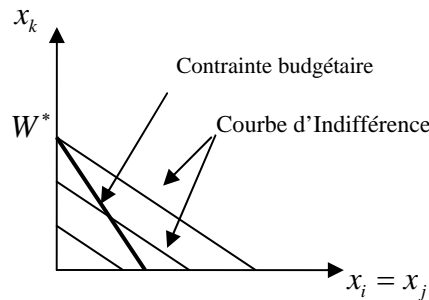


Figure 1

De cette façon, l'individu investit tout sa richesse dans l'actif e_k . Soit un portefeuille

P de la forme $x_i = x_j = 0$ et $x_k = \frac{W_0}{\pi_k}$. Ainsi, nous sommes dans le cas de la dimension

2. $E_h(P) = \frac{q_k W_0}{\pi_k}$ où l'indice h signifie que l'agent remplace les probabilités objectives

par les poids dans le calcul de l'espérance. Montrons que $E_h(P) \geq \frac{W_0}{\pi_i + \pi_j + \pi_k}$. Le

terme de droite est l'espérance de l'actif sans risque. D'après la relation (10) nous avons

$$q_{ij}\pi_k - (\pi_i + \pi_j)q_k \leq 0$$

d'où

$$(1 - q_k)\pi_k - (\pi_i + \pi_j)q_k \leq 0$$

car $q_{ij} + q_k = 1$. Et donc

$$\pi_k \leq (\pi_i + \pi_j + \pi_k)q_k$$

$$\frac{q_k W_0}{\pi_k} \geq \frac{W_0}{(\pi_i + \pi_j + \pi_k)}.$$

De cette façon, si l'inégalité (6) n'est pas vérifiée il existe un portefeuille risqué qui apporte à l'individu plus de satisfaction que le portefeuille sans risque. Rappelons que le cas d'égalité dans la condition (10) correspond à la situation où l'individu est indifférent entre le portefeuille P et l'actif sans risque. En d'autres termes, la condition (6) est une condition nécessaire pour que l'actif sans risque et lui seul soit le portefeuille optimal.

Nous utilisons la même démarche afin de montrer que la condition 7 est aussi une condition nécessaire pour que l'investissement dans l'actif sans risque soit optimal. Supposons que la condition 9 n'est pas vérifiée :

$$\frac{q_i}{q_j + q_k} \leq \frac{\pi_i}{\pi_j + \pi_k} \quad \text{ou bien} \quad \frac{q_i}{q_{kj}} \leq \frac{\pi_i}{\pi_j + \pi_k} \quad \text{sur } x_j = x_k \quad (11)$$

Sur le plan $x_j = x_k$ cela signifie que la pente des courbes d'indifférence est moins forte que celle de la contrainte budgétaire (voir figure 2).

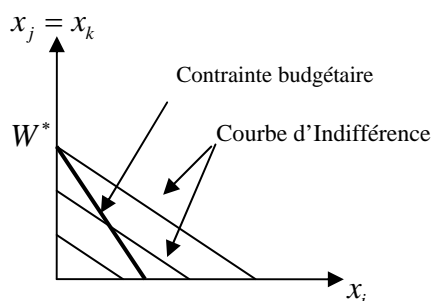


Figure 2

Le portefeuille P tel que $x_i = 0$ et $x_j = x_k$ sera préféré par l'agent au portefeuille sans risque. En effet, nous avons $E_h(P) = \frac{q_{jk}W_0}{\pi_j + \pi_k}$ et d'après 13 :

$$(1 - q_{jk})(\pi_j + \pi_k) - \pi_i q_{jk} \leq 0$$

où encore

$$\frac{q_{jk}W_0}{\pi_j + \pi_k} \geq \frac{W_0}{(\pi_i + \pi_j + \pi_k)}.$$

De cette façon, si la condition (9) n'est pas vérifiée l'agent ne choisira pas le portefeuille sans risque à l'optimum.

BIBLIOGRAPHIE

Allais M. (1953) "Le comportement de l'Homme Rationnel devant le Risque, Critiques des Postulats et Axiomes de l'École Américaine" *Econometrica* 21, 503-546.

Arzac R. E. et Bawa V. (1977) "Portfolio Choice and Equilibrium in Capital Markets with Safety First Investors" *Journal of Financial Economics* 4, 227-288.

Bernoulli D. (1954, Edition originale, 1938) "Exposition of new Theory of the Measurement of Risk" *Econometrica* 22, 123-136.

Bernoulli N. (1713) "Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis" *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae* 5, 175-192.

Blume M. et Friend I. (1975) "The asset Structure of Individual Portfolios and Some Implications for Utility Functions" *Journal of Finance* 30, 585-603.

Broihanne M.H., Merli M., Roger P. (2006) "Sur quelques aspect comportementaux de la gestion de portefeuille" (en cours de publication)

Edwards W. (1953) "Probability Preferences in Gambling" *American Journal of Psychology* 66, 349-64.

Edwards W. (1954) "Probability Preferences Among Bets with Differing Expected Value" *American Journal of Psychology* 67(1), 56-67.

Edwards W. (1962) "Subjective Probabilities Inferred from Decisions" *Psychological Review*, 69 (1), 109-135.

Fishburn P.C. (1988) "Non Linear Preference and Utility Theory" by Weatsheaf Books Ltd.

Fishburn (1978) "On Handa's New Theory of Cardinal Utility and the Maximization of Expected Return" *Journal of Political Economy*, 86, 321-324.

Fisher K. et Statman M. (1997) "Investment Advice from Mutual Fund Companies" *Journal of Portfolio Management* 24, 9-25.

Friedman M. et Savage L. (1948) "The Utility Analysis of Choices Involving Risk" *Journal of Political Economy* 56, 279-304.

Jorion P. (1994) "Mean-Variance Analysis of Currency Overlays" *Financial Analysts Journal* 50, 48-56.

Kahneman D., Slovic P. et Tversky A. (1982) "Intuitive Prediction : Biases and Corrective Procedures", in *Judgment under Uncertainty : Heuristics and Biases*, CUP, London.

Kahneman D. et Tversky A. (1979) "Prospect Theory : An Analysis of Decision under Risk" *Econometrica* 47(2),263-291.

Kroll Y., Levy H. et Rapoport A. (1988) "Experimental Tests of the Separation Theorem and the Capital Asset Pricing Model" *American Economic Review* 78, 500-518.

Leonnet J. (1936) "Les loteries d'état en France au XVIIIe et XIXe siècles", Paris.

Lopes L.L (1987) "Between Hope and Fear: The Psychology of Risk" *Advances in Experimental Social Psychology*, 20, 255-295.

Lopes L.L. et Oden G.C. (1999) "The Role of Aspiration Level in Risky Choice: A Comparison of Cumulative Prospect Theory and SP/A Theory" *Journal of Mathematical Psychology* 43, 286-313.

Markowitz H. (1952) "Portfolio Selection" *Journal of Finance* 6, 77-91.

Pfiffelmann M. et Roger P. (2005) "Les comptes d'épargne associés à des loteries: approche comportementale et étude de cas", *Banque et Marchés*, sept-oct 2005.

Quiggin J. (1982) "A Theory of Anticipated Utility" *Journal of Economic Behavior and Organization* 3 (4), 323-343.

Quiggin J. (1993) "Generalized Expected Utility Theory: The Rank-Dependent Model" *Kluwer Academic Publishers Group*.

Roy A.D. (1952) "Safety-First and the Holding of Asset" *Econometrica* 20, 431-449.

Shefrin H. (2005). *A Behavioral Approach to Asset Pricing*. Elsevier Academic Press.

Shefrin H. et Statman M. (2000) "Behavioral Portfolio Theory" *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 35, 127-151.

Tversky A. et Kahneman D. (1992) "Advances in Prospect Theory : Cumulative Representation of Uncertainty" *Journal of Risk and Uncertainty* 5, 297-323.

Von Neumann J. et Morgenstern O. (1947) "Theory of Games and Economic Behavior" *Princeton University Press* (1ed, 1944).

Yaari M. (1984) *Risk Aversion without Diminishing Marginal Utility*. London School of Economics.

Yaari M.(1987) "The Dual Theory of Choice Under Risk" *Econometrica* 55, 95-115.

Working Papers

Laboratoire de Recherche en Gestion & Economie

- D.R. n° 1 "Bertrand Oligopoly with decreasing returns to scale", J. Thépot, décembre 1993
- D.R. n° 2 "Sur quelques méthodes d'estimation directe de la structure par terme des taux d'intérêt", P. Roger - N. Rossiensky, janvier 1994
- D.R. n° 3 "Towards a Monopoly Theory in a Managerial Perspective", J. Thépot, mai 1993
- D.R. n° 4 "Bounded Rationality in Microeconomics", J. Thépot, mai 1993
- D.R. n° 5 "Apprentissage Théorique et Expérience Professionnelle", J. Thépot, décembre 1993
- D.R. n° 6 "Strategic Consumers in a Duable-Goods Monopoly", J. Thépot, avril 1994
- D.R. n° 7 "Vendre ou louer ; un apport de la théorie des jeux", J. Thépot, avril 1994
- D.R. n° 8 "Default Risk Insurance and Incomplete Markets", Ph. Artzner - FF. Delbaen, juin 1994
- D.R. n° 9 "Les actions à réinvestissement optionnel du dividende", C. Marie-Jeanne - P. Roger, janvier 1995
- D.R. n° 10 "Forme optimale des contrats d'assurance en présence de coûts administratifs pour l'assureur", S. Spaeter, février 1995
- D.R. n° 11 "Une procédure de codage numérique des articles", J. Jeunet, février 1995
- D.R. n° 12 "Stabilité d'un diagnostic concurrentiel fondé sur une approche markovienne du comportement de rachat du consommateur", N. Schall, octobre 1995
- D.R. n° 13 "A direct proof of the coase conjecture", J. Thépot, octobre 1995
- D.R. n° 14 "Invitation à la stratégie", J. Thépot, décembre 1995
- D.R. n° 15 "Charity and economic efficiency", J. Thépot, mai 1996
- D.R. n° 16 "Pricing anomalies in financial markets and non linear pricing rules", P. Roger, mars 1996
- D.R. n° 17 "Non linéarité des coûts de l'assureur, comportement de prudence de l'assuré et contrats optimaux", S. Spaeter, avril 1996
- D.R. n° 18 "La valeur ajoutée d'un partage de risque et l'optimum de Pareto : une note", L. Eeckhoudt - P. Roger, juin 1996
- D.R. n° 19 "Evaluation of Lot-Sizing Techniques : A robustness and Cost Effectiveness Analysis", J. Jeunet, mars 1996
- D.R. n° 20 "Entry accommodation with idle capacity", J. Thépot, septembre 1996

- D.R. n° 21 "Différences culturelles et satisfaction des vendeurs : Une comparaison internationale", E. Vauquois-Mathevot - J.Cl. Usunier, novembre 1996
- D.R. n° 22 "Evaluation des obligations convertibles et options d'échange", Schmitt - F. Home, décembre 1996
- D.R. n° 23 "Réduction d'un programme d'optimisation globale des coûts et diminution du temps de calcul, J. Jeunet, décembre 1996
- D.R. n° 24 "Incertitude, vérifiabilité et observabilité : Une relecture de la théorie de l'agence", J. Thépot, janvier 1997
- D.R. n° 25 "Financement par augmentation de capital avec asymétrie d'information : l'apport du paiement du dividende en actions", C. Marie-Jeanne, février 1997
- D.R. n° 26 "Paiement du dividende en actions et théorie du signal", C. Marie-Jeanne, février 1997
- D.R. n° 27 "Risk aversion and the bid-ask spread", L. Eeckhoudt - P. Roger, avril 1997
- D.R. n° 28 "De l'utilité de la contrainte d'assurance dans les modèles à un risque et à deux risques", S. Spaeter, septembre 1997
- D.R. n° 29 "Robustness and cost-effectiveness of lot-sizing techniques under revised demand forecasts", J. Jeunet, juillet 1997
- D.R. n° 30 "Efficience du marché et comparaison de produits à l'aide des méthodes d'enveloppe (Data envelopment analysis)", S. Chabi, septembre 1997
- D.R. n° 31 "Qualités de la main-d'œuvre et subventions à l'emploi : Approche microéconomique", J. Calaza - P. Roger, février 1998
- D.R. n° 32 "Probabilité de défaut et spread de taux : Etude empirique du marché français", M. Merli - P. Roger, février 1998
- D.R. n° 33 "Confiance et Performance : La thèse de Fukuyama", J.Cl. Usunier - P. Roger, avril 1998
- D.R. n° 34 "Measuring the performance of lot-sizing techniques in uncertain environments", J. Jeunet - N. Jonard, janvier 1998
- D.R. n° 35 "Mobilité et décision de consommation : premiers résultats dans un cadre monopolistique", Ph. Lapp, octobre 1998
- D.R. n° 36 "Impact du paiement du dividende en actions sur le transfert de richesse et la dilution du bénéfice par action", C. Marie-Jeanne, octobre 1998
- D.R. n° 37 "Maximum resale-price-maintenance as Nash condition", J. Thépot, novembre 1998
- D.R. n° 38 "Properties of bid and ask prices in the rank dependent expected utility model", P. Roger, décembre 1998
- D.R. n° 39 "Sur la structure par termes des spreads de défaut des obligations », Maxime Merli / Patrick Roger, septembre 1998
- D.R. n° 40 "Le risque de défaut des obligations : un modèle de défaut temporaire de l'émetteur", Maxime Merli, octobre 1998
- D.R. n° 41 "The Economics of Doping in Sports", Nicolas Eber / Jacques Thépot, février 1999
- D.R. n° 42 "Solving large unconstrained multilevel lot-sizing problems using a hybrid genetic algorithm", Jully Jeunet, mars 1999
- D.R. n° 43 "Niveau général des taux et spreads de rendement", Maxime Merli, mars 1999

- D.R. n° 44 "Doping in Sport and Competition Design", Nicolas Eber / Jacques Thépot, septembre 1999
- D.R. n° 45 "Interactions dans les canaux de distribution", Jacques Thépot, novembre 1999
- D.R. n° 46 "What sort of balanced scorecard for hospital", Thierry Nobre, novembre 1999
- D.R. n° 47 "Le contrôle de gestion dans les PME", Thierry Nobre, mars 2000
- D.R. n° 48 "Stock timing using genetic algorithms", Jerzy Korczak – Patrick Roger, avril 2000
- D.R. n° 49 "On the long run risk in stocks : A west-side story", Patrick Roger, mai 2000
- D.R. n° 50 "Estimation des coûts de transaction sur un marché gouverné par les ordres : Le cas des composantes du CAC40", Laurent Deville, avril 2001
- D.R. n° 51 "Sur une mesure d'efficacité relative dans la théorie du portefeuille de Markowitz", Patrick Roger / Maxime Merli, septembre 2001
- D.R. n° 52 "Impact de l'introduction du tracker Master Share CAC 40 sur la relation de parité call-put", Laurent Deville, mars 2002
- D.R. n° 53 "Market-making, inventories and martingale pricing", Patrick Roger / Christian At / Laurent Flochel, mai 2002
- D.R. n° 54 "Tarification au coût complet en concurrence imparfaite", Jean-Luc Netzer / Jacques Thépot, juillet 2002
- D.R. n° 55 "Is time-diversification efficient for a loss averse investor ?", Patrick Roger, janvier 2003
- D.R. n° 56 "Dégradations de notations du leader et effets de contagion", Maxime Merli / Alain Schatt, avril 2003
- D.R. n° 57 "Subjective evaluation, ambiguity and relational contracts", Brigitte Godbillon, juillet 2003
- D.R. n° 58 "A View of the European Union as an Evolving Country Portfolio", Pierre-Guillaume Méon / Laurent Weill, juillet 2003
- D.R. n° 59 "Can Mergers in Europe Help Banks Hedge Against Macroeconomic Risk ?", Pierre-Guillaume Méon / Laurent Weill, septembre 2003
- D.R. n° 60 "Monetary policy in the presence of asymmetric wage indexation", Giuseppe Diana / Pierre-Guillaume Méon, juillet 2003
- D.R. n° 61 "Concurrence bancaire et taille des conventions de services", Corentine Le Roy, novembre 2003
- D.R. n° 62 "Le petit monde du CAC 40", Sylvie Chabi / Jérôme Maati
- D.R. n° 63 "Are Athletes Different ? An Experimental Study Based on the Ultimatum Game", Nicolas Eber / Marc Willinger
- D.R. n° 64 "Le rôle de l'environnement réglementaire, légal et institutionnel dans la défaillance des banques : Le cas des pays émergents", Christophe Godlewski, janvier 2004
- D.R. n° 65 "Etude de la cohérence des ratings de banques avec la probabilité de défaillance bancaire dans les pays émergents", Christophe Godlewski, Mars 2004
- D.R. n° 66 "Le comportement des étudiants sur le marché du téléphone mobile : Inertie, captivité ou fidélité ?", Corentine Le Roy, Mai 2004
- D.R. n° 67 "Insurance and Financial Hedging of Oil Pollution Risks", André Schmitt / Sandrine Spaeter, September, 2004

- D.R. n° 68 "On the Backwardness in Macroeconomic Performance of European Socialist Economies", Laurent Weill, September, 2004
- D.R. n° 69 "Majority voting with stochastic preferences : The whims of a committee are smaller than the whims of its members", Pierre-Guillaume Méon, September, 2004
- D.R. n° 70 "Modélisation de la prévision de défaillance de la banque : Une application aux banques des pays émergents", Christophe J. Godlewski, octobre 2004
- D.R. n° 71 "Can bankruptcy law discriminate between heterogeneous firms when information is incomplete ? The case of legal sanctions", Régis Blazy, october 2004
- D.R. n° 72 "La performance économique et financière des jeunes entreprises", Régis Blazy/Bertrand Chopard, octobre 2004
- D.R. n° 73 "Ex Post Efficiency of bankruptcy procedures : A general normative framework", Régis Blazy / Bertrand Chopard, novembre 2004
- D.R. n° 74 "Full cost pricing and organizational structure", Jacques Thépot, décembre 2004
- D.R. n° 75 "Prices as strategic substitutes in the Hotelling duopoly", Jacques Thépot, décembre 2004
- D.R. n° 76 "Réflexions sur l'extension récente de la statistique de prix et de production à la santé et à l'enseignement", Damien Broussolle, mars 2005
- D. R. n° 77 "Gestion du risque de crédit dans la banque : Information hard, information soft et manipulation ", Brigitte Godbillon-Camus / Christophe J. Godlewski
- D.R. n° 78 "Which Optimal Design For LLDAs", Marie Pfiffelmann
- D.R. n° 79 "Jensen and Meckling 30 years after : A game theoretic view", Jacques Thépot
- D.R. n° 80 "Organisation artistique et dépendance à l'égard des ressources", Odile Paulus, novembre 2006
- D.R. n° 81 "Does collateral help mitigate adverse selection ? A cross-country analysis", Laurent Weill –Christophe J. Godlewski, novembre 2006
- D.R. n° 82 "Why do banks ask for collateral and which ones ?", Régis Blazy - Laurent Weill, décembre 2006
- D.R. n° 83 "The peace of work agreement : The emergence and enforcement of a swiss labour market institution", D. Broussolle, janvier 2006.
- D.R. n° 84 "The new approach to international trade in services in view of services specificities : Economic and regulation issues", D. Broussolle, septembre 2006.
- D.R. n° 85 "Does the consciousness of the disposition effect increase the equity premium" ?, P. Roger, juin 2007
- D.R. n° 86 "Les déterminants de la décision de syndication bancaire en France", Ch. J. Godlewski
- D.R. n° 87 "Syndicated loans in emerging markets", Ch. J. Godlewski / L. Weill, mars 2007
- D.R. n° 88 "Hawks and doves in segmented markets : A formal approach to competitive aggressiveness", Claude d'Aspremont / R. Dos Santos Ferreira / J. Thépot, mai 2007
- D.R. n° 89 "On the optimality of the full cost pricing", J. Thépot, février 2007
- D.R. n° 90 "SME's main bank choice and organizational structure : Evidence from France", H. El Hajj Chehade / L. Vigneron, octobre 2007

- D.R. n° 91 “How to solve St Petersburg Paradox in Rank-Dependent Models” ?, M. Pfiffelmann, octobre 2007
- D.R. n° 92 “Full market opening in the postal services facing the social and territorial cohesion goal in France”, D. Broussolle, novembre 2007
- D.R. n° 2008-01 A behavioural Approach to financial puzzles, M.H. Broihanne, M. Merli, P. Roger, janvier 2008
- D.R. n° 2008-02 What drives the arrangement timetable of bank loan syndication ?, Ch. J. Godlewski, février 2008
- D.R. n° 2008-03 Financial intermediation and macroeconomic efficiency, Y. Kuhry, L. Weill, février 2008
- D.R. n° 2008-04 The effects of concentration on competition and efficiency : Some evidence from the french audit market, G. Broye, L. Weill, février 2008
- D.R. n° 2008-05 Does financial intermediation matter for macroeconomic efficiency?, P.G. Méon, L. Weill, février 2008
- D.R. n° 2008-06 Is corruption an efficient grease ?, P.G. Méon, L. Weill, février 2008
- D.R. n° 2008-07 Convergence in banking efficiency across european countries, L. Weill, février 2008
- D.R. n° 2008-08 Banking environment, agency costs, and loan syndication : A cross-country analysis, Ch. J. Godlewski, mars 2008
- D.R. n° 2008-09 Are French individual investors reluctant to realize their losses ?, Sh. Boolell-Gunesh / M.H. Broihanne / M. Merli, avril 2008
- D.R. n° 2008-10 Collateral and adverse selection in transition countries, Ch. J. Godlewski / L. Weill, avril 2008
- D.R. n° 2008-11 How many banks does it take to lend ? Empirical evidence from Europe, Ch. J. Godlewski, avril 2008.
- D.R. n° 2008-12 Un portrait de l’investisseur individuel français, Sh. Boolell-Gunesh, avril 2008
- D.R. n° 2008-13 La déclaration de mission, une revue de la littérature, Odile Paulus, juin 2008
- D.R. n° 2008-14 Performance et risque des entreprises appartenant à des groupes de PME, Anaïs Hamelin, juin 2008
- D.R. n° 2008-15 Are private banks more efficient than public banks ? Evidence from Russia, Alexei Karas / Koen Schoors / Laurent Weill, septembre 2008
- D.R. n° 2008-16 Capital protected notes for loss averse investors : A counterintuitive result, Patrick Roger, septembre 2008
- D.R. n° 2008-17 Mixed risk aversion and preference for risk disaggregation, Patrick Roger, octobre 2008
- D.R. n° 2008-18 Que peut-on attendre de la directive services ?, Damien Broussolle, octobre 2008
- D.R. n° 2008-19 Bank competition and collateral : Theory and Evidence, Christa Hainz / Laurent Weill / Christophe J. Godlewski, octobre 2008
- D.R. n° 2008-20 Duration of syndication process and syndicate organization, Ch. J. Godlewski, novembre 2008
- D.R. n° 2008-21 How corruption affects bank lending in Russia, L. Weill, novembre 2008
- D.R. n° 2008-22 On several economic consequences of the full market opening in the postal service in the European Union, D. Broussolle, novembre 2008.

- D.R. n° 2009-01 Asymmetric Information and Loan Spreads in Russia: Evidence from Syndicated Loans, Z. Fungacova, C.J. Godlewski, L. Weill
- D.R. n° 2009-02 Do Islamic Banks Have Greater Market Power ?, L. Weill
- D.R. n° 2009-03 CEO Compensation: Too Much is not Enough!, N. Couderc & L. Weill
- D.R. n° 2009-04 La cannibalisation des produits à prix aléatoires : L'Euromillions a-t-il tué le loto français?, P. Roger & S. Chabi
- D.R. n° 2009-05 The demand for Euromillions lottery tickets: An international comparison, P. Roger
- D.R. n° 2009-06 Concentration in corporate bank loans What do we learn from European comparisons?, C.J. Godlewski & Y. Ziane
- D.R. n° 2009-07 Le mariage efficace de l'épargne et du jeu : une approche historique, M. Pfiffelmann
- D.R. n° 2009-08 Testing alternative theories of financial decision making: an experimental study with lottery bonds, P. Roger
- D.R. n° 2009-09 Does Corruption Hamper Bank Lending? Macro and Micro Evidence, L. Weill
- D.R. n° 2009-10 La Théorie Comportementale du Portefeuille et l'Equilibre du Marché, Olga Bourachnikova
- D.R. n° 2009-11 Déformation des Probabilités Objectives et la Théorie Comportementale du Portefeuille, Olga Bourachnikova