



---

**Laboratoire  
de Recherche  
en Gestion  
& Economie**

# Working Paper

## **Working Paper**

### **2009-12**

**La Théorie Comportementale du Portefeuille vs.  
le modèle moyenne - variance. Étude empirique.**

**Olga Bourachnikova**

Juillet 2009

Université de Strasbourg  
Pôle Européen de Gestion et d'Economie  
61 avenue de la Forêt Noire  
67085 Strasbourg Cedex  
<http://ifs.u-strasbg.fr/large>

**IFS**  
Institut de Finance  
de Strasbourg

# La Théorie Comportementale du Portefeuille vs. le modèle moyenne – variance. Étude empirique.

**Olga BOURACHNIKOVA**

Laboratoire de Recherche en Gestion et en Economie,  
FSEG, ULP, Strasbourg I,  
Pôle Européen de Gestion et d'Economie  
61, avenue de la Forêt Noire  
67085 Strasbourg Cedex

ESC – Rennes

E-mail : [olga.bourachnikova@esc-rennes.fr](mailto:olga.bourachnikova@esc-rennes.fr)

## Résumé

La théorie comportementale du portefeuille de Shefrin et Statman (2000) induit des choix d'investissement différents de ceux proposés par les modèles classiques comme la théorie de l'utilité espérée ou le modèle moyenne – variance de Markowitz (1952). Un des points remarquables de cette théorie réside dans la forme particulière du portefeuille optimal. Par rapport au portefeuille parfaitement diversifié de Markowitz, l'individu suivant le modèle de Shefrin et Statman détient à l'optimum un portefeuille sans risque et un titre ayant des caractéristiques d'une loterie. Cette façon de gérer le portefeuille est en accord avec des comportements réellement observés (Friedman et Savage, 1948). Pour cela, le positionnement de la théorie comportementale du portefeuille comme alternative à l'approche classique de gestion de portefeuille semble être justifié. Dans cette étude nous proposons une étude empirique permettant de comparer les portefeuilles optimaux d'un investisseur classique de Markowitz avec un investisseur suivant la théorie comportementale du portefeuille. Nous montrons que le portefeuille optimal construit par un agent suivant le modèle de Shefrin et Statman se situe systématiquement sur la frontière efficiente de Markowitz.

# 1. Introduction

En investissant sur le marché financier l'individu fait son choix en mesurant le risque et la rentabilité des portefeuilles disponibles. Dans le modèle de gestion de portefeuille de Markowitz (1952) le risque du portefeuille est déterminé par sa variance. Ainsi, tous les écarts négatifs, aussi bien que positifs, de la rentabilité par rapport à la rentabilité espérée sont pris en compte. En suivant ce modèle l'investisseur détient à l'optimum le portefeuille parfaitement diversifié. Dominant depuis un demi-siècle, le modèle de Markowitz (1952) reste l'un des plus utilisés par les praticiens. Toutefois, de nombreuses études (Blume et Friend, 1975; Barber et Odean, 2000; Kumar et Goetzmann 2003; Polkovnichenko, 2005) montrent que les portefeuilles individuels sont très peu diversifiés.

Une approche alternative, fondée sur le concept *safety first*, (Roy, 1952; Baumol, 1963; Arzac et Bawa, 1977) suggère de ne prendre en compte que le *downside risk* (Bawa, 1975; Menezes, Geiss, Tressler, 1980). Dans ce cas, seuls les écarts négatifs par rapport à un certain niveau de rentabilité souhaité sont mesurés. Les mesures considérant uniquement le *downside risk* sont devenues très populaires ces dernières années (Jorion, 2000; Hull, 2008). La théorie comportementale du portefeuille de Shefrin et Statman (2000) (*Behavioral Portfolio Theory*, BPT par la suite) appartient à cette catégorie de modèles. Dans le cadre de cette théorie, le risque est pris en compte par le biais d'une contrainte de sécurité. L'investisseur construit son portefeuille en maximisant son espérance de rentabilité sur l'ensemble de portefeuilles vérifiant cette contrainte.

En plus de mesurer le risque différemment, l'agent économique décrit par Shefrin et Statman (2000) déforme les probabilités objectives des événements. Concrètement, les probabilités objectives sont d'abord transformées en poids par l'intermédiaire d'une fonction de pondération (Quiggin, 1993). Ensuite, les probabilités objectives sont remplacées par les poids dans le calcul de la rentabilité espérée (Edwards 1953, 1954 ; Kahneman, Slovic et Tversky, 1982). Afin d'en tenir compte, les modèles dits "non

linéaires'' se sont développés (Quiggin, 1982; Lopes 1987; Yaari, 1987; Tversky et Kahneman, 1992). D'une façon plus générale, ces modèles s'inscrivent dans le cadre d'une nouvelle approche de la théorie financière appelée ''Finance Comportementale''. Celle-ci doit son apparition à de nombreuses critiques émises à l'encontre de l'approche classique (Allais, 1953; Ellsberg, 1961; Friedman et Savage, 1948; Kahneman et Tversky, 1979).

Contrairement à l'approche moyenne-variance, Shefrin et Statman (2000) montrent que les investisseurs ne se tournent pas forcément vers la diversification optimale. Au contraire, ils peuvent investir une partie non négligeable de leur richesse dans un titre ayant les caractéristiques d'une loterie. Plus généralement, le portefeuille optimal en termes de la théorie comportementale du portefeuille a la forme d'une pyramide qui peut contenir plusieurs couches superposées. La couche inférieure est composée de titres peu risqués, par exemple les obligations d'État et procure une rentabilité faible. Cette couche est créée afin de procurer à l'investisseur un certain niveau de richesse minimal. La couche supérieure, quant à elle, est composée de titres à forte exposition au risque et une rentabilité élevée, par exemple des actions. Ainsi, elle est destinée à donner une chance à l'investisseur de s'enrichir d'une manière conséquente. En d'autres termes, les différentes couches sont gérées différemment et indépendamment l'une de l'autre, l'investisseur ne tenant pas compte de la corrélation entre les couches.

Cette façon de gérer le portefeuille est compatible avec celle exercée par les grandes institutions financières comme les banques, les sociétés de gestion de fonds d'investissement et les caisses d'épargne. Elle correspond par ailleurs au conseil donné par les banquiers pour le compte de leurs clients (Fisher et Statman, 1997). En outre, elle est compatible avec l'observation de Friedman et Savage (1948) selon laquelle les individus qui achètent des contrats d'assurance achètent aussi des billets de loterie.

Aussi, la théorie comportementale du portefeuille semble être plus appropriée que le modèle de Markowitz (1952a) pour décrire le comportement réellement observé.

Pour cette raison, cette théorie est considérée comme une véritable alternative à l'approche traditionnelle dominante depuis un demi-siècle dans la théorie financière.

Cependant les études récentes (Harlow, 1991; Alexander et Baptista, 2002; Broihanne, Merli et Roger, 2006) montrent que les frontières efficientes issues de cette théorie et celle obtenue dans le cadre du modèle moyenne – variance, coïncident lorsque les rentabilités des actifs sont normalement distribuées. Même si l'hypothèse de normalité est souvent admise dans la littérature, elle est loin d'être vérifiée sur les marchés réels (Fama, 1976; Walter, 2003). De ce fait, une vérification empirique s'impose. En effet, il s'agit d'une étape importante, voire indispensable pour le modèle de Shefrin et Statman ayant prétention de décrire le comportement des individus.

Dans ce papier, au moyen d'une étude empirique, nous comparons les choix d'un investisseur individuel suivant le modèle BPT avec ceux d'un investisseur qui utilise le modèle moyenne – variance. Nous testons ainsi la théorie comportementale du portefeuille sur des données réelles.

La suite est organisée de la manière suivante. Dans la section 2 nous présentons les données et la méthode. Les résultats sont décrits dans la section 3 et discutés dans la section 4. La section 5 conclut cette étude.

## 2. Données et méthodologie

### 2.1. Données

Notre étude porte sur un échantillon de titres qui faisaient partie de l'indice SBF120 sur la période du 1 juin 2001 au 1 juin 2007. La figure 1 représente l'évolution de l'indice sur cette période :

## Cotation de l'indice SBF120 sur la période du 01/06/2001 au 01/06/2007



Source : <http://bourse.lci.fr>

**Figure 1.**

Les valeurs de clôture journalière des titres ont été téléchargées à l'aide du logiciel Finwin<sup>1</sup>. Les rentabilités journalières de chaque titre ont été calculées de la façon suivante :

$$R_{i,t} = \ln(P_{i,t} + D_{i,t}) - \ln(P_{i,t-1}) \quad (1)$$

où  $R_{i,t}$  est la rentabilité du titre  $i$  à la date  $t$ ,

$P_{i,t}$  désigne le cours du titre  $i$  à la date  $t$ ,

$D_{i,t}$  est le dividende versé par le titre  $i$  à la date  $t$  ( $D_{i,t} = 0$  si aucun dividende n'est versé à la date  $t$ ).

Cependant, le logiciel Finwin corrige uniquement les rendements dus aux opérations sur titres et ne tient pas compte des variations de cours suite aux

---

<sup>1</sup> [www.fininfo.fr](http://www.fininfo.fr). Les cours ainsi que les dividendes sont ajustés par logiciel, c'est-à-dire retraités des opérations sur titres.

détachements de dividendes. Nous avons donc calculé les rendements en intégrant les dividendes (cf. Relation (1)).

Après avoir éliminé les titres pour lesquels les données sont manquantes, nous avons constitué un échantillon final de 71 titres présentés en annexe.

Parmi les titres retenus on retrouve les plus grandes capitalisations boursières telles que Total, BNP, Suez, Sanofi-Aventis, France Télécom. Globalement, la capitalisation boursière des 71 titres représente environ 80% de la capitalisation boursière du SBF250<sup>2</sup>, le plus important indice de la Bourse de Paris qui sert de mesure de référence et traduit l'évolution du marché français dans sa totalité.

Pour chaque titre nous disposons d'une série de 1534 rentabilités journalières. Le tableau 1 récapitule les valeurs maximales, minimales et moyennes des principales statistiques<sup>3</sup>.

**Tableau 1.**  
**Les statistiques descriptives pour les rentabilités journalières**

	<b>Rentabilité *10<sup>-3</sup></b>	<b>Écart-type *10<sup>-3</sup></b>	<b>Skewness</b>	<b>Kurtosis</b>
<b>Max</b>	<b>1,9735</b> Vallourec	<b>46,5</b> Altran Technologies	<b>10,78</b> Sodexo	<b>298,24</b> Schneider Electric
<b>Min</b>	<b>-1,4493</b> Altran Technologies	<b>13,3</b> Klepierre	<b>-2,56</b> Schneider Electric	<b>5,55</b> Total
<b>Moyenne</b>	<b>0,1896</b>	<b>21,8</b>	<b>0,05</b>	<b>16,22</b>

A l'aide du test de Jarque – Bera sur la normalité, nous avons constaté que la distribution des rentabilités des titres ne suit pas une loi normale et ceci au seuil de 1%.

<sup>2</sup> Source : [www.euronext.com](http://www.euronext.com)

<sup>3</sup> Les statistiques descriptives sont détaillées en annexe C.2.

Les valeurs des statistiques de Jarque-Bera pour chaque titre sont données en annexe. Elles dépassent toutes la valeur critique du test qui s'élève à 9,83 pour le seuil de 1%.

## 2.2. Méthodologie

Les travaux de Harlow (1991), Alexander et *al.*, (2001), Broihanne et *al.*, (2006) suggèrent que les deux frontières efficientes coïncident sous l'hypothèse de rentabilités normales. L'hypothèse de normalité des distributions réelles est souvent contestée (Fama, 1976; Walter 2003). De ce fait, nous ne faisons aucune hypothèse sur la distribution des rentabilités et nous cherchons à construire, puis à comparer la frontière efficiente de Shefrin et Statman (2000) avec celle de Markowitz (1952a) en nous appuyant sur notre base de données. La démarche utilisée est décomposée en plusieurs étapes.

### 2.2.1. Investisseur individuel

Nous considérons un investisseur individuel qui opère dans un monde à 71 titres. Selon le principe de diversification de Markowitz (1952), le portefeuille optimal est composé de tous les titres échangés sur le marché. Cependant, le principe de diversification est loin d'être respecté en pratique. Par exemple, l'étude de Kumar et Goetzmann (2003) portant sur 40 000 individus montre que sur la période 1991-1996, le nombre moyen de titres dans un portefeuille était de 4 et la médiane était de 3. Les coûts de transactions et d'information ainsi que les taxes sont des justifications courantes de la sous-diversification (Nieuwerburgh et Veldkamp, 2004). Aussi que les individus ont tendance à investir dans les titres qui leurs sont familiers (Kilka et Weber, 2000; Huberman, 2001). Par exemple, les salariés préfèrent investir dans les titres de l'entreprise dans laquelle ils travaillent (Holden et VanDerhei, 2001). La sous-



diversification peut aussi s'expliquer par le concept de rationalité limitée. En particulier, la rationalité de l'individu est limitée en termes de capacité de traitement de l'information disponible : l'individu n'a pas de moyens cognitifs suffisants pour construire un portefeuille comportant tous les titres échangés.

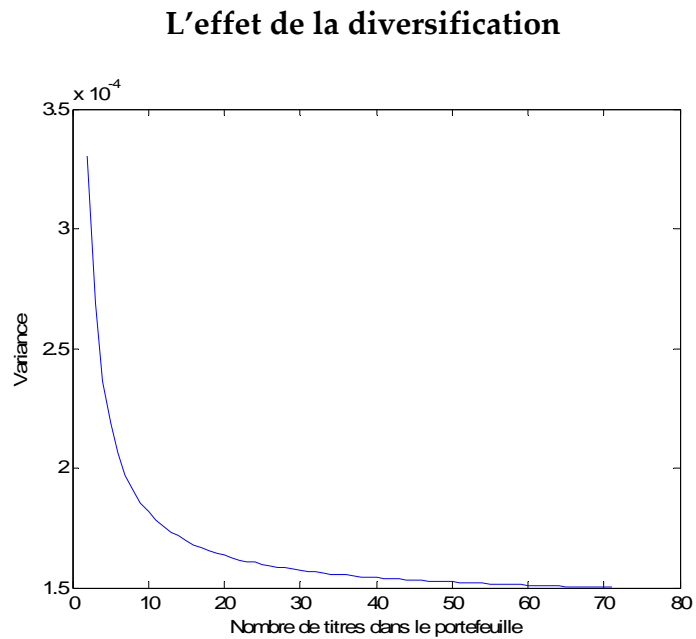
En même temps, la diversification est le point clé du modèle moyenne - variance de Markowitz (1952a). Étant donné que notre objectif est de confronter ce modèle à celui de Shefrin et Statman (2000), le nombre de titres composant le portefeuille final devrait permettre d'atteindre un niveau de diversification suffisamment élevé.

De nombreuses études ont été effectuées afin d'établir le niveau optimal de la diversification au sens du modèle moyenne - variance. Par exemple, Bloomfield, Leftwich et Long (1977) estiment qu'un portefeuille contenant une vingtaine de titres bénéficie d'une grande partie de l'effet total de la diversification. Statman (1987) suggère qu'au moins 30 titres sont nécessaires pour atteindre un niveau de diversification optimal. Toutefois, dans son étude plus récente, Statman (2003) montre que le nombre de titres composant le portefeuille parfaitement diversifié dépasse 120.

D'une façon générale, les études récentes montrent qu'afin d'atteindre le même niveau de diversification, un portefeuille actuel doit contenir plus de titres qu'un portefeuille construit il y a 25 ans. Campbell et *al.*, (2001) analysent les titres échangés sur le NYSE, l'AMEX et le NASDAQ et estiment que, sur la période 1986-1997, 50 titres ont été nécessaires afin d'aboutir à la même différence d'écart que celle obtenue avec seulement 20 titres sur la période 1963-1985.

Dans le cadre de notre étude, basée sur 71 titres, nous cherchons à établir le nombre de titres composant le portefeuille final de l'investisseur de façon à ce que ce dernier soit suffisamment diversifié en terme de moyenne-variance. La démarche proposée reprend l'idée de Campbell et *al.*, (2001). Concrètement, pour chaque  $n$  fixé,  $n = 2, \dots, 71$ , nous construisons 10 000 portefeuilles composés chacun de  $n$  titres. Les  $n$  titres sont choisis aléatoirement parmi les 71 disponibles et ont le même poids dans le

portefeuille. Pour chaque  $n$  nous calculons la variance moyenne de tous les portefeuilles contenant  $n$  titres. La figure 2 récapitule les résultats obtenus<sup>4</sup>.



**Figure 2.**

La variance du portefeuille contenant tous les 71 titres, ou bien la variance minimale, s'élève à  $1,5 \times 10^{-4}$ , alors que la variance maximale correspondante aux portefeuilles de 2 titres est à  $3,3 \times 10^{-4}$ . L'écart entre ces deux variances diminue au fur et à mesure de l'augmentation du nombre de titres composant le portefeuille (tableau 2).

---

<sup>4</sup> Les programmes sont présentés en annexe C.3.

**Tableau 2.**  
**L'effet de la diversification**

<b>Nombre de titres</b>	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>Proportion Cumulée de réduction de la variance</b>	0	0,35	0,52	0,63	0,69	0,74	0,78	0,80	0,83	0,84	0,86
<b>Nombres de titres</b>	13	14	15	18	20	30	40	50	60	70	71
<b>Proportion Cumulée de réduction de la variance</b>	0,87	0,88	0,91	0,93	0,94	0,96	0,98	0,99	0,99	0,99	1

Nous constatons que presque 90% de l'écart est réduit quand le portefeuille passe de 2 à 15 titres. Nous supposons que ce niveau de diversification est suffisant dans le cadre de notre étude. Ainsi, nous retenons que l'investisseur particulier choisit un portefeuille optimal composé au maximum de 15 titres. Afin d'éviter tout préjugé sur le choix des 15 titres, nous les choisissons d'une façon aléatoire dans notre base de données. Ce tirage constitue la première étape de notre étude. Passons à présent à l'explication des étapes suivantes<sup>5</sup>.

---

<sup>5</sup> Il nous semble important de prévenir le lecteur qu'une fois toutes les étapes effectuées, la démarche sera répétée un certain nombre de fois. Concrètement, 1680 tirages seront nécessaires. Le fait de répéter le processus permet de considérer des individus avec des critères de choix différents.

## 2.2.2. Modélisation de l'incertitude : Approche par scénarii générés par la méthode bootstrap

Nous considérons une économie mono-périodique à 1 année. A la date 0 l'individu construit un portefeuille en investissant sa richesse initiale dans les 15 titres et il revend son portefeuille à la date 1.

Afin de modéliser l'incertitude à la date 1 nous utilisons la méthode des simulations historiques (par exemple Hull, 2008, p 348). Cette méthode consiste à collecter les variations des valeurs précédant la date 0 et à supposer que des variations similaires vont se reproduire dans le futur. Ainsi, les scénarii (ou les états de la nature, supposés équiprobables) sont constitués. Chaque scénario représente une série de rentabilités annuelles des titres. Cependant, notre base de données contient des rentabilités journalières. Pour générer les scénarii possibles des rentabilités annuelles nous utilisons la méthode de bootstrap<sup>6</sup>.

Sans compter les week-ends et les jours fériés nous supposons qu'une année contient 250 jours de cotation<sup>7</sup>. Nous choisissons d'une manière aléatoire une date sur la période des données disponibles (date 0). Les 250 rentabilités journalières précédant la date 0 représentent l'échantillon initial et servent à générer les séries des rentabilités annuelles ou des scénarii possibles qui pourraient se produire à la date 1<sup>8</sup>. Puisque les rentabilités journalières sont logarithmiques, la rentabilité annuelle correspondante est égale à la somme des 250 rentabilités journalières.

En répétant 1000 fois ce processus, nous engendrons 1000 scénarii (ou 1000 états de la nature) possibles pour les 15 titres. Finalement, à l'issue de cette deuxième étape nous obtenons une matrice  $R$  de dimension  $1000 \times 15$  des rentabilités annuelles probables pour les 15 titres préalablement choisis à la première étape.

---

<sup>6</sup> Davison et Hinkley, 1997; Efron et *al.*, 1993.

<sup>7</sup> Hull, 2006.

<sup>8</sup> La date de départ n'est pas choisie sur l'ensemble de toutes les dates disponibles, mais, à partir de la 251-ème journée de cotation qui correspond au 30 mai 2002.

$$\begin{array}{rcccc}
 & & \textit{titre 1} & \textit{titre 2} & \dots & \textit{titre 15} \\
 R = & \omega_1 & r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1\ 15} \\
 & \omega_2 & r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2\ 15} \\
 & \dots & \dots & & & \\
 & \omega_{1000} & r_{1000\ 1} & r_{1000\ 2} & \dots & r_{1000\ 15}
 \end{array}$$

### 2.2.3. Construction du portefeuille de Shefrin et Statman (2000)

Le programme de maximisation d'un investisseur suivant le modèle BPT s'écrit :

$$\begin{array}{ll}
 \text{Max } E(\tilde{r}) & (2) \\
 \text{s.c } P(\tilde{r} < r^*) \leq \alpha
 \end{array}$$

où  $\tilde{r}$  désigne la rentabilité du portefeuille. L'investisseur fait son choix en maximisant l'espérance de rentabilité sur l'ensemble des portefeuilles satisfaisant la contrainte de sécurité.  $r^*$  désigne un certain niveau de rentabilité en deçà duquel l'investisseur ne souhaite pas tomber.  $\alpha$  désigne le seuil de faillite admissible, c'est-à-dire la probabilité que le niveau de rentabilité souhaité ne soit pas atteint.  $r^*$  et  $\alpha$  sont des paramètres propres à chaque individu<sup>9</sup>. Dans le modèle BPT, le couple  $(r^*, \alpha)$  caractérise l'individu en fonction de son attitude face au risque et détermine sa stratégie d'investissement.

La variable aléatoire  $\tilde{r}$  est une combinaison linéaire des rentabilités des titres choisis à l'étape précédente. Elle est donc définie par la matrice  $R$  et par les valeurs des parts investies dans chaque titre.

Pour déterminer la part de la richesse investie dans un actif, nous retenons un pas de  $1/15$ <sup>10</sup>. Cela signifie que la part de la richesse initiale investie dans un actif peut être

---

<sup>9</sup> Dans la version originale l'investisseur déforme les probabilités objectives avant de calculer l'espérance de la richesse finale. Ici, nous considérons le cas particulier où les probabilités ne sont pas déformées.

<sup>10</sup> Nous avons choisi le pas de  $\frac{1}{15}$  pour des raisons opérationnelles. Plus le pas est petit, plus le nombre de portefeuilles possibles est élevé. Dans la section 3 nous discutons l'impact de ce choix sur nos résultats.

égale<sup>11</sup> à 0, 1/15, 2/15, 3/15,...,14/15 ou 1. La somme des proportions investies dans tous les titres est égale à 1. Finalement, nous devons étudier tous les portefeuilles  $(x_1, x_2, \dots, x_{15})$  tels que  $\sum_{i=1}^{15} x_i = 1$  et  $x_i = \frac{k}{15}$  pour tout  $k = 0, \dots, 15$ . Notons P l'ensemble des portefeuilles de ce type.

Compte tenu de la capacité du logiciel, considérer tous les portefeuilles de P s'avère d'une part une tâche difficile et d'autre part très coûteuse en termes de temps de calcul. En effet, nous pouvons montrer que l'ensemble P contient 77 558 760 portefeuilles. Une solution consiste à considérer un échantillon aléatoire des éléments de P. La méthode de construction de l'échantillon est expliquée en annexe. Cette méthode permet, en outre, de compter le nombre de portefeuilles composant l'ensemble P. La taille de l'échantillon retenu est de 100 000.

Pour chacun des 100 000 portefeuilles, nous vérifions la contrainte de sécurité  $P(\tilde{r} < r^*) \leq \alpha$ . Nous effectuons les calculs pour 3 valeurs de  $r^*$ :  $r^* = 0$ ,  $r^* = 0,05$  et  $r^* = 0,1$  (Broihanne et al., 2006). Pour chacun des 3 niveaux de rentabilité souhaité la contrainte de sécurité est vérifiée pour les 4 seuils de faillite  $\alpha$ :  $\alpha = 0$ ,  $\alpha = 0,1$ ,  $\alpha = 0,2$  et  $\alpha = 0,3$ . Pour les valeurs de paramètres retenues, nous déterminons les ensembles de sécurité correspondants. Pour les portefeuilles respectant la contrainte, nous calculons l'espérance de la richesse finale sous les probabilités objectives. Ainsi, nous obtenons le portefeuille optimal au sens de Shefrin et Statman (2000).

## 2.2.4. Comparaison avec l'agent suivant le principe moyenne - variance

Notons  $P_s$  le portefeuille optimal au sens du modèle BPT (pour des valeurs  $\alpha$  et  $r^*$  fixées). Une fois  $P_s$  déterminé, nous vérifions si, parmi tous les portefeuilles, il en

---

<sup>11</sup> Nous supposons que les ventes à découvert ne sont pas autorisées

existe pour lesquels le niveau de rentabilité est au moins aussi élevé et qui supportent moins de risque dans le cadre du modèle moyenne – variance. En d’autres termes, nous cherchons des portefeuilles d’espérance au moins aussi élevée que celle de  $P_S$  et d’écart-type inférieur ou égale à celui de  $P_S$ <sup>12</sup>. Plutôt que chercher à vérifier si  $P_S$  appartient à la frontière efficiente moyenne-variance, notre démarche consiste à repérer des portefeuilles qui procurent à l’individu suivant le concept de Markowitz (1952) plus de satisfaction que le portefeuille choisi à l’équilibre par l’agent BPT.

### 2.2.5. Récapitulatif des étapes

Le processus est divisé en 4 étapes :

Etape 1 : choix des 15 titres et d’une date

Etape 2 : construction des 1000 scenarii afin de modaliser l’incertitude

Etape 3 : construction du portefeuille optimal de Shefrin et Statman (2000)

Etape 4 : comparaison avec le portefeuille de Markowitz (1952)

Nous répétons 1680 fois ce processus. A chaque fois une nouvelle date de départ, et 15 nouveaux titres parmi les 71 initialement disponibles sont choisis d’une manière aléatoire. De cette façon, nous étudions 1680 matrices  $R$  différentes, soit 140 situations différentes pour chaque des 12 couples  $(r^*, \alpha)$ .

---

<sup>12</sup> Normalement, il faut chercher des portefeuilles qui procurent exactement le même niveau de rentabilité avec un écart-type moins élevé que celui du portefeuille optimal de Shefrin et Statman (2000). Cependant, le portefeuille  $P_S$  est le seul qui atteint ce niveau de rentabilité. En effet, l’ensemble des portefeuilles considérés est restreint dans la mesure où nous ne considérons que 100 000 portefeuilles pour lesquels la part de  $W_0$  investie dans un titre est égale à  $\frac{k}{15}$ ,  $k = 0, \dots, 15$ . Dans ce cas, l’ensemble de portefeuilles représenté dans le repère  $(E, \sigma)$  n’est pas convexe. Il se peut qu’il n’y ait pas d’autres portefeuilles dans un voisinage très proche de  $P_S$

### 3. Résultats

Le tableau 4 récapitule les résultats de comparaisons des portefeuilles optimaux. Les deux premières colonnes correspondent aux différents paramètres  $r^*$  et  $\alpha$  pour lesquels les calculs ont été effectués. Le nombre de tirages réalisés pour un couple  $(r^*, \alpha)$  s'élève à 140, chaque tirage correspondant à la formation d'une nouvelle matrice de rentabilités  $R$ . Pour chaque  $R$  nous avons construit le portefeuille optimal au sens du modèle BPT. Pour certains  $R$ , ce portefeuille n'existe pas car parmi les 100 000 portefeuilles considérés il n'y en a aucun qui satisfasse la contrainte de sécurité retenue. Nous avons présenté dans la troisième colonne le nombre, noté  $N_S$ , de portefeuilles optimaux obtenus. Le taux de réussite  $N_S/140$  est rapporté dans la colonne 4. Pour chaque portefeuille  $P_S$  optimal selon la théorie BPT, nous vérifions si parmi les 100 000 il existe au moins un portefeuille  $P_M$  qui est caractérisé par une espérance au moins aussi élevée que celle de  $P_S$  et présente un niveau de risque inférieur ou égal à celui de  $P_S$  (écart-type de  $P_M \leq$  écart-type de  $P_S$ ). La colonne 5 récapitule le nombre de fois où  $P_M$  diffère de  $P_S$ . Ce nombre est noté  $N_M, N_M \leq N_S$ .

**Tableau 4.**

#### Résultats de comparaison de portefeuilles optimaux

$r$	$\alpha$	$N_S$	$N_S / 140$	$N_M$
0	0	30	<b>0,21</b>	6
0	0,1	102	<b>0,73</b>	0
0	0,2	114	<b>0,81</b>	0
0	0,3	117	<b>0,84</b>	0
0,05	0	20	<b>0,14</b>	0
0,05	0,1	102	<b>0,73</b>	0
0,05	0,2	113	<b>0,81</b>	0
0,05	0,3	120	<b>0,86</b>	0
0,1	0	14	<b>0,10</b>	1
0,1	0,1	82	<b>0,59</b>	0
0,1	0,2	99	<b>0,71</b>	0
0,1	0,3	116	<b>0,83</b>	0
<b>Total</b>		<b>1029</b>		<b>7</b>



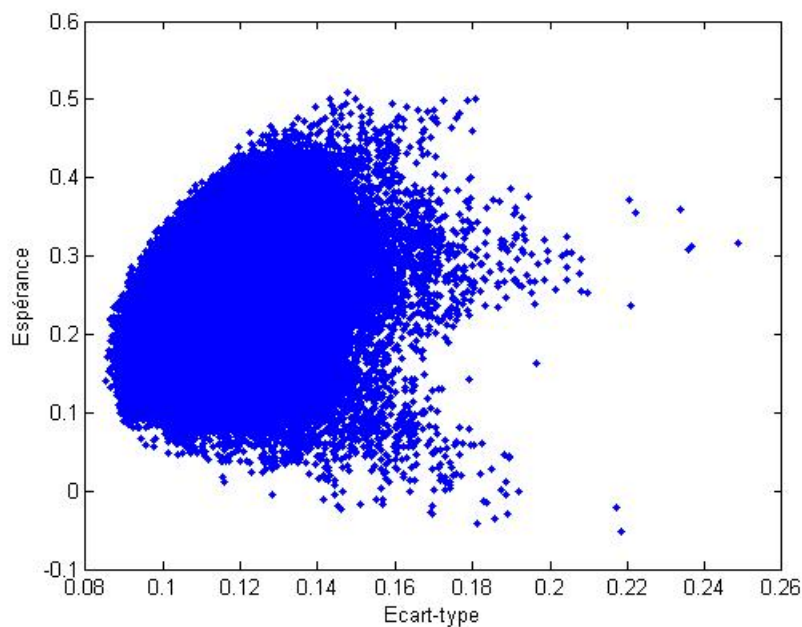
Nous constatons que sur 1680 tirages réalisés, 1029 portefeuilles optimaux selon le modèle de Shefrin et Statman (2000) ont été construits. Clairement, les portefeuilles moins nombreux sont ceux qui correspondent à  $\alpha = 0$ . Dans ce cas, tous les états doivent rapporter au moins l'investissement initial. Ceci restreint considérablement l'ensemble de portefeuilles considéré par l'agent. Évidemment, plus l'individu est exigeant en termes de sécurité, plus son ensemble de portefeuilles sécurisés est restreint et donc plus il est difficile de récupérer les portefeuilles satisfaisant la contrainte. Plus  $\alpha$  est important plus le nombre de portefeuilles de sécurité trouvés est grand. Alexander et Baptista (2002) observent le même phénomène en étudiant le comportement d'un investisseur choisissant la VaR comme mesure de risque. Les auteurs montrent que le seuil de confiance ne doit pas être "trop" important pour que la solution optimale existe, le seuil de confiance étant défini comme une probabilité que la richesse finale soit supérieure à la VaR.

En même temps, plus la rentabilité  $r^*$  est élevée, plus l'ensemble de portefeuilles vérifiant la contrainte devrait être restreint, pour un seuil  $\alpha$  fixé. Nous remarquons cependant que ce raisonnement intuitif n'est pas tout à fait confirmé. Par exemple, si  $\alpha = 0,1$ , le taux de réussite est le même pour  $r^* = 0$  que pour  $r^* = 0,05$ . Ceci est dû à l'aléa car les couples  $(r^*, \alpha)$  correspondant aux différents paramètres ont été étudiés séparément les uns des autres. Les 140 matrices construites pour analyser la situation  $(r^* = 0, \alpha = 0,1)$  ne sont pas les mêmes que les 140 matrices construites pour la situation  $(r^* = 0,05, \alpha = 0,1)$ . Si ceci avait été le cas, notre raisonnement serait confirmé.

Parmi 1029 situations considérées, dans 7 cas seulement l'individu suivant le concept moyenne – variance n'investit pas, à l'équilibre, dans le même portefeuille qu'un agent du type BPT. Afin d'expliquer ce résultat quelques figures illustratives sont nécessaires. Tout d'abord, nous analysons le cas le plus fréquent, celui où  $N_M = 0$ . Ensuite, nous étudions en détail un exemple de la situation où  $N_M \neq 0$ .

**Cas  $N_M = 0$  : l'agent du type BPT choisit à l'optimum le même portefeuille que l'investisseur moyenne – variance.**

Pour une matrice<sup>13</sup>  $R$  nous avons présenté tous les 100 000 portefeuilles dans le repère  $(\sigma, E)$  (figure 3).



**Ensemble de tous les 100 000 portefeuilles**

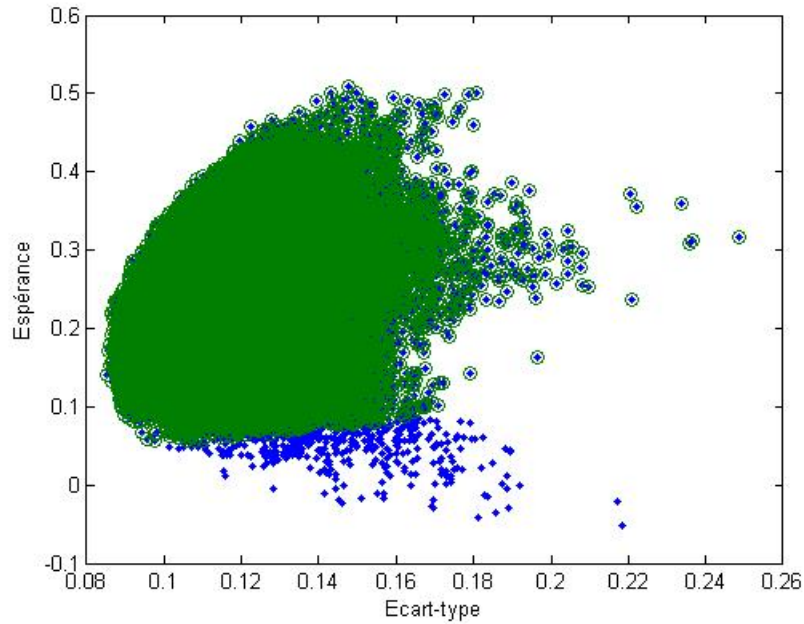
**Figure 3.**

Les portefeuilles optimaux en termes de moyenne – variance correspondant à l'espérance maximale pour un écart-type fixé sont situés sur la frontière gauche de l'ensemble.

Ensuite, pour la même matrice  $R$  nous présentons l'ensemble de sécurité correspondant aux paramètres  $r^* = 0$  et  $\alpha = 0,3$  (figures 4).

---

<sup>13</sup> La matrice a été choisie de façon à ce que tout type de l'ensemble de sécurité puisse être graphiquement représenté.



**Ensemble de tous les portefeuilles (en bleu)**

**Ensemble des portefeuilles de sécurité  $r^* = 0$ ,  $\alpha = 0,3$  (en vert)**

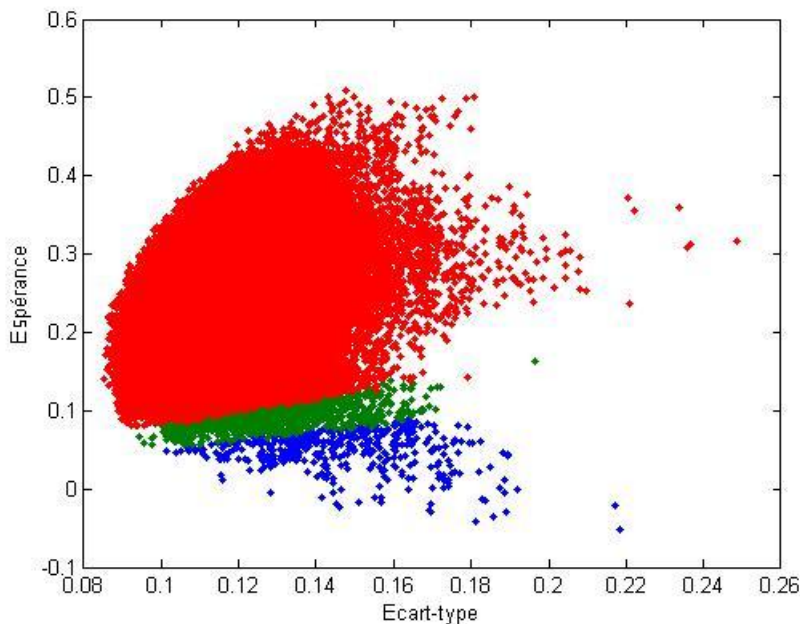
**Figure 4.**

Rappelons que du point de vue de l'agent du type BPT tous les portefeuilles de l'ensemble de sécurité (en vert) sont identiques en termes de risque alors que leur écart-type peut prendre toutes les valeurs possibles. Nous constatons que pour un certain niveau de rentabilité, tout portefeuille de rentabilité supérieure à ce niveau, satisfait la contrainte de sécurité.

Finalement, si nous retenons les paramètres  $r^* = 0$  et  $\alpha = 0,3$ , l'ensemble de sécurité correspondant contient tous les portefeuilles de la frontière efficiente de Markowitz (1952). Par conséquent, le portefeuille optimal au sens de Shefrin et Statman (2000) l'est aussi en termes de moyenne - variance. En d'autres termes, parmi 100 000 portefeuilles, un individu suivant le modèle BPT choisit le même portefeuille qu'un agent qui pour le même niveau de rentabilité cherche à minimiser le risque exprimé par l'écart-type. Concrètement, le portefeuille  $P_s$  optimal au sens de Shefrin et Statman (2000) est celui qui a l'espérance maximale et donc la plus forte exposition au risque en

termes de moyenne - variance par rapport à d'autres portefeuilles sur la frontière efficiente. Ce résultat est conforme à celui d'Alexander et Baptista (2002). Ces auteurs montrent qu'un agent présentant de l'aversion au risque peut accroître l'écart-type de son portefeuille optimal s'il décide d'utiliser la VaR comme mesure du risque.

L'agent BPT caractérisé par  $r^* = 0$  et  $\alpha = 0,3$  est le moins exigeant en termes de sécurité par rapport aux agents BPT caractérisés par d'autres paramètres retenus. *A priori*, cet ensemble de sécurité doit être plus grand par rapport aux autres ensembles. La question est de savoir si l'ensemble de sécurité de l'agent BPT plus exigeant contient toujours la frontière efficiente de Markowitz (1952). Pour savoir de quelle façon évolue l'ensemble de sécurité nous avons tout d'abord fait varier  $\alpha$  et gardé  $r^* = 0$  (figures 5 et 6).

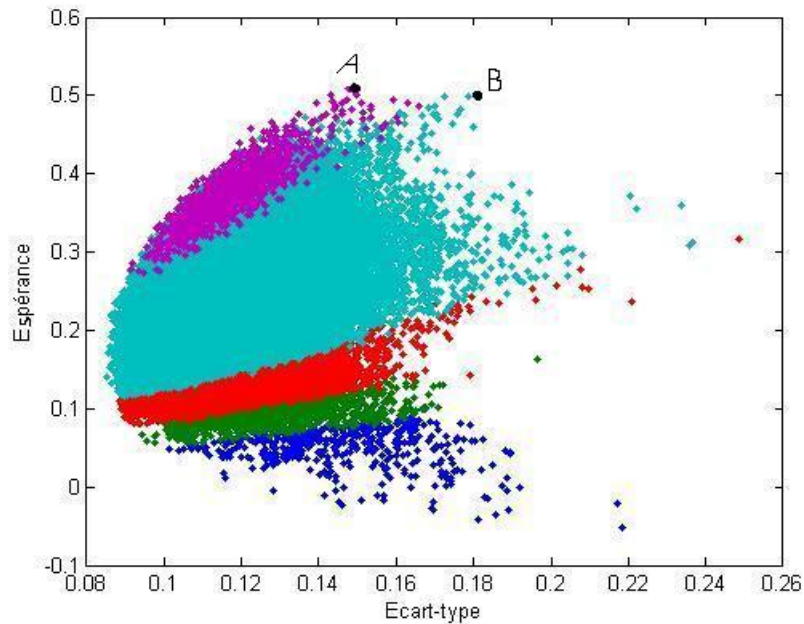


**Ensemble de tous les portefeuilles (en bleu)**

**Ensemble de portefeuilles de sécurité  $r^* = 0$  et  $\alpha = 0,3$  (en vert)**

**Ensemble de sécurité  $r^* = 0$  et  $\alpha = 0,2$  (en rouge)**

**Figure 5.**



**Ensemble de tous les portefeuilles (en bleu)**

**Ensemble de portefeuilles de sécurité  $r^* = 0$  et  $\alpha = 0,3$  (en vert)**

**Ensemble de sécurité  $r^* = 0$  et  $\alpha = 0,2$  (en rouge)**

**Ensemble de sécurité  $r^* = 0$  et  $\alpha = 0,1$  (en bleu clair)**

**Ensemble de sécurité  $r^* = 0$  et  $\alpha = 0$  (en violet)**

**Figure 6.**

En comparant les ensembles correspondants aux différents  $\alpha$ , nous constatons que plus l'agent BPT est exigeant en termes de sécurité plus la rentabilité espérée des portefeuilles sécurisés est élevée. En même temps, plus l'écart-type du portefeuille est élevé, plus sa rentabilité doit être importante pour que ce portefeuille soit sécurisé. En effet, si nous traçons la frontière entre deux ensembles de sécurité, elle peut être approchée par une ligne droite de pente positive. Cette pente est d'autant plus forte quand nous considérons la frontière correspondant aux niveaux de plus en plus exigeants de sécurité. Par exemple (figure 6), la pente de la frontière entre deux ensembles correspondant à  $r^* = 0$ ,  $\alpha = 0,3$  (en vert) et  $r^* = 0$ ,  $\alpha = 0,2$  (en rouge) est

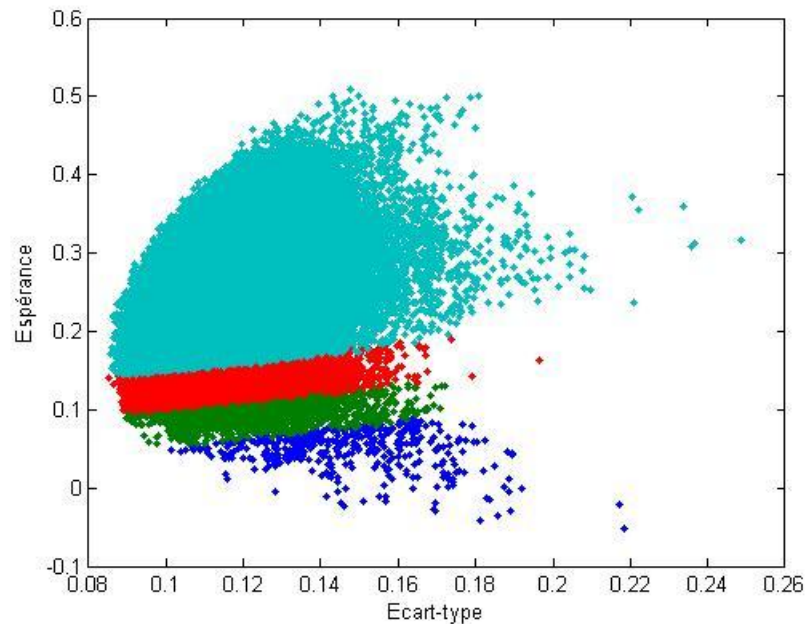
moins forte que la pente entre les ensembles  $r^* = 0, \alpha = 0,1$  (bleu clair) et  $r^* = 0, \alpha = 0$  (violet).

Comparons le portefeuille optimal de l'agent A, caractérisé par les paramètres  $r^* = 0, \alpha = 0,1$ , avec celui de l'agent B de paramètres  $r^* = 0, \alpha = 0$ . L'agent A exige plus de sécurité que l'agent B, son ensemble sécurisé est plus restreint. Parallèlement, la rentabilité du portefeuille optimal de l'agent A est moins élevée que celle du portefeuille de l'agent B. D'une façon générale, plus l'investisseur du type BPT est exigeant en termes de sécurité, plus son portefeuille optimal se situe vers la gauche de la frontière efficiente de Markowitz (1952).

Considérons de plus près l'ensemble correspondant au  $r^* = 0$  et  $\alpha = 0$ , et notons le  $S$ . Chaque portefeuille de  $S$  paie au moins la richesse investie dans chaque état de la nature. Il n'y a donc aucun risque de perte. Ici, l'écart-type du portefeuille mesure le risque de gagner par rapport à la richesse initiale. Plus l'écart-type est élevé plus forte est la dispersion des gains sur différents états. L'agent BPT choisit le portefeuille  $P_S$  d'espérance maximale à l'intérieur de  $S$ . En fait, pour cet agent, les portefeuilles sécurisés sont identiques en termes de risque même si leurs écart-types sont différents. Ceci n'est pas le cas pour l'investisseur suivant le modèle de Markowitz (1952). Pour celui-là, la notion d'ensemble de sécurité n'existe pas. Supposons un instant que cet individu ait fixé un certain niveau de risque, mesuré par l'écart-type  $\sigma_M$ , qu'il est prêt à supporter de façon à ce que son portefeuille optimal  $P_M$  se trouve à l'intérieur de  $S$ . Considérons le cas où  $\sigma_M < \sigma_S$ . Dans cette situation, la répartition des gains parmi les différents états de la nature est moins forte dans le portefeuille  $P_M$  que dans  $P_S$ . En faisant ce choix, cet individu se prive d'une chance de gagner un « jackpot » tout en étant sûr de récupérer son investissement initial. Le portefeuille choisi par l'agent BPT, a une rentabilité espérée plus élevée. Certes, son risque (en termes moyenne-variance) est aussi plus élevé, mais ici il s'agit de risque de gain et non de perte puisqu'on reste à l'intérieur de  $S$ . Finalement, cet exemple montre clairement les limites des mesures de

risque telles que l'écart-type ou la variance qui sont utilisés dans le modèle de Markowitz (1952).

Ensuite, pour  $\alpha = 0,3$  nous avons étudié de quelle façon l'ensemble de sécurité évolue selon la variation de  $r^*$  (figure 7).



**Ensemble de tous les portefeuilles (en bleu)**

**Ensemble de portefeuilles de sécurité  $r^* = 0$  et  $\alpha = 0,3$  (en vert)**

**Ensemble de sécurité  $r^* = 0,05$  et  $\alpha = 0,3$  (en rouge)**

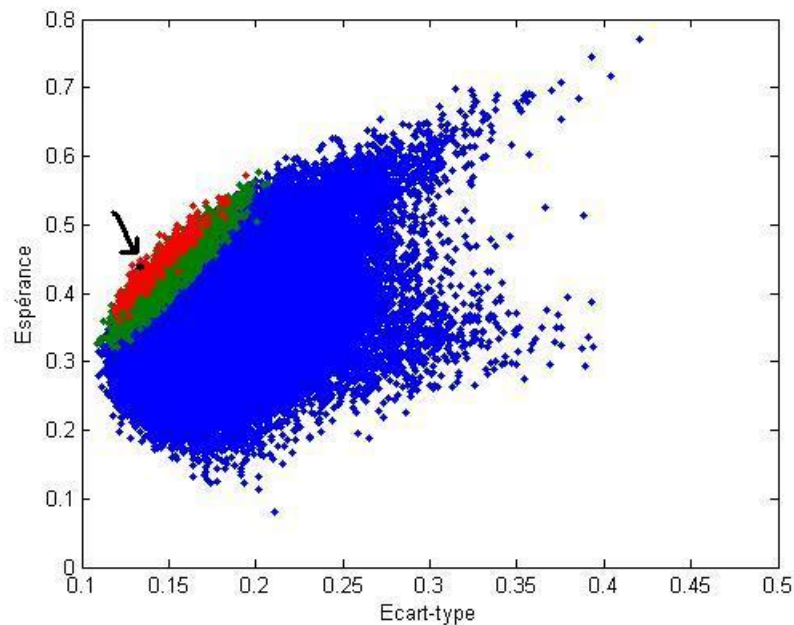
**Ensemble de sécurité  $r^* = 0,1$  et  $\alpha = 0,3$  (en bleu clair)**

**Figure 7.**

Finalement, dans deux situations, l'augmentation du niveau d'aspiration  $r^*$  et la diminution du seuil de faillite admissible  $\alpha$ , nous constatons le même type de changement de l'ensemble de sécurité. L'espérance du portefeuille est d'autant plus importante que  $r^*$  est grand pour un  $\alpha$  fixé ou que  $\alpha$  est proche de 1, pour un  $r^*$  fixé. Cette observation est conforme à celle obtenue par Broihanne et al., (2006) avec trois actifs.

### Cas $N_M \neq 0$ : le choix des deux agents diffère à l'optimum

Considérons maintenant le cas où le portefeuille optimal au sens de la théorie BPT diffère du portefeuille optimal issu du modèle moyenne-variance. D'après le tableau 4 nous avons obtenu 7 situations de ce type. En guise d'illustration, nous présentons le cas avec les paramètres  $r^* = 0,1$  et  $\alpha = 0$ . En fait, parmi les 100 000 portefeuilles, pour la matrice  $R$  correspondante, il n'existe qu'un seul portefeuille qui satisfait la contrainte de sécurité. Ce portefeuille noté  $P_s$  est donc le portefeuille optimal en termes du modèle BPT. Nous l'avons désigné par le point noir sur la figure 8.



**Ensemble de tous les portefeuilles (en bleu),**

**Ensemble de portefeuilles de sécurité  $r^* = 0$  et  $\alpha = 0$  (en vert),**

**Ensemble de sécurité  $r^* = 0,05$  et  $\alpha = 0$  (en rouge),**

**Figure 8.**

En comparant la rentabilité espérée et l'écart-type de  $P_s$  avec ceux des autres 100 000 portefeuilles, nous avons trouvé deux portefeuilles, notés respectivement  $P_{m1}$  et

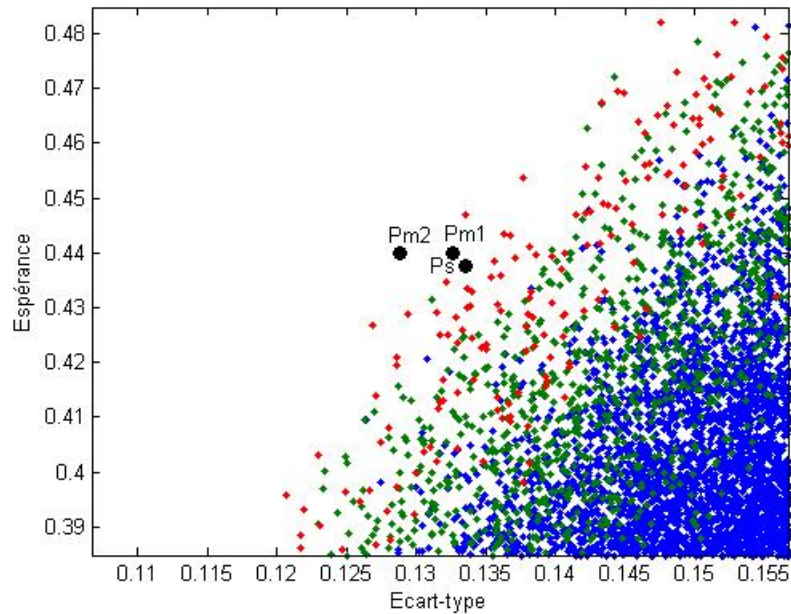


$Pm2$ , qui sont meilleurs du point de vue d'un agent suivant le modèle de Markowitz (1952). Le tableau 5 récapitule ces paramètres.

**Tableau 5**  
**Les caractéristiques des portefeuilles optimaux**

Portefeuille	Espérance	Écart-type
$P_s$	0,4375	0,1335
$Pm1$	0,4400	0,1326
$Pm2$	0,4398	0,1288

En fait, le portefeuille optimal d'agent BPT se trouve très proche des deux portefeuilles de Markowitz (1952). Les trois points sont représentés sur la figure 9 qui est un agrandissement de la figure précédente.



**Agrandissement de la figure 8.**

**Figure 9.**

Ce résultat est à notre avis dû au fait que nous n'avons pas considéré l'ensemble de tous les portefeuilles, mais seulement un échantillon de ceux ayant une forme particulière (l'investissement dans un titre doit être de la forme  $\frac{k}{15}$ ,  $k = 0, 1, \dots, 15$ ). Pour cela, l'ensemble des portefeuilles n'est pas convexe et  $P_s$  se trouve en quelque sorte isolé puisque il n'y a pas d'autres portefeuilles dans son voisinage proche.  $P_s$  est donc sur la frontière efficiente de Markowitz (1952). En effet, il n'y a pas de portefeuille qui, pour exactement le même niveau de risque, procure un niveau de rentabilité espérée plus important que celui de  $P_s$ . De ce point de vue, les sept cas du tableau 4.4 ne constituent pas des exceptions et nous pouvons affirmer que sur 1029 portefeuilles, tous sont optimaux en termes de moyenne - variance. Toutefois,  $P_s$  se trouve sur la frontière efficiente de Markowitz (1952) uniquement parce que l'ensemble de portefeuilles considéré n'est pas convexe. Si l'ensemble de portefeuilles était considéré dans sa totalité, il existerait un portefeuille présentant le même niveau de risque que  $P_s$  avec une rentabilité plus élevée. Ce portefeuille noté  $P^*$  serait alors situé sur la frontière efficiente et nous pourrions affirmer que  $P_s$  n'est pas optimal au sens moyenne - variance. Toutefois, en s'appuyant sur les observations précédentes, nous pouvons supposer que  $P^*$  serait aussi optimal pour un agent du type BPT (et  $P_s$  serait simplement un portefeuille sécurisé, mais pas optimal). A ce stade de notre travail, cela constitue seulement une hypothèse car les ensembles de sécurité n'ont pas encore été étudiés dans le cas général (plus précisément, nous ne pouvons pas affirmer que ces ensembles sont convexes).

Enfin, dans 1022 cas sur 1029 nous avons constaté qu'une partie de la frontière efficiente de Markowitz (1952) appartient à l'ensemble de sécurité de l'agent BPT. Pour cela, le portefeuille optimal au sens du modèle de Shefrin et Statman (2000) coïncide systématiquement avec un portefeuille optimal en termes de moyenne -

variance. Dans les sept autres cas il semblerait que le résultat soit identique si nous avions pu élargir notre étude à l'ensemble de tous les portefeuilles.

## 4. Discussion

La théorie comportementale du portefeuille (Shefrin et Statman, 2000) suppose que l'individu opère sur un marché d'actifs purs. Sa stratégie consiste à investir une partie de la richesse initiale dans un portefeuille peu risqué (ou sans risque) et la partie restante dans un seul titre, le moins cher. Dans ce cadre théorique, le portefeuille optimal obtenu semble être différent du portefeuille parfaitement diversifié de Markowitz (1952a). Ceci est une des raisons principales qui justifie le positionnement de la théorie comportementale du portefeuille de Shefrin et Statman (2000) comme un modèle alternatif de gestion de portefeuille. Pour cela, il est important de tester cette théorie sur le marché réel et ce d'autant plus que nous avons montré qu'un individu suivant le modèle BPT choisit systématiquement un portefeuille situé sur la frontière efficiente de Markowitz (1952a). Ce résultat met en doute le positionnement de la théorie comportementale du portefeuille comme une alternative à l'approche classique.

En outre, le concept de la contrainte de sécurité qui définit l'ensemble des portefeuilles sécurisés s'applique aussi dans d'autres modèles de type *safety first* (Roy, 1952; Arzac et Bawa, 1977; Lopes, 1987). En fait, l'individu considère que les portefeuilles de l'ensemble de sécurité sont identiques en termes de risque. De ce point de vue, il est intéressant de comparer ces portefeuilles en termes de leur écart – type qui est la mesure de risque souvent utilisée dans d'autres modèles, et notamment dans le modèle de Markowitz (1952). De ce fait, notre étude de l'ensemble de sécurité peut contribuer aux études concernant d'autres modèles *safety first*.

Finalement, cette étude empirique est une des rares tentatives (Harlow, 1991) de confronter la théorie comportementale du portefeuille au marché réel. Les hypothèses

restrictives, notamment celles portant sur le nombre de titres ou sur le nombre de portefeuilles considérés, ont été nécessaires pour effectuer les calculs. Nous avons mis en place une méthodologie innovante permettant de construire la frontière efficiente dans le cadre du modèle BPT. Les hypothèses restrictives limitent l'ensemble de nos conclusions. Par ailleurs, elles mettent en évidence les difficultés liées à l'utilisation de la théorie comportementale du portefeuille dans un contexte réel.

## 5. Conclusion

Dans ce travail nous avons comparé, par le biais d'une étude empirique, un investisseur du type BPT avec celui qui suit le modèle de gestion de portefeuille de Markowitz (1952). Nous avons montré que l'ensemble de sécurité de l'agent de Shefrin et Statman (2000) contient toujours une partie de la frontière efficiente de Markowitz (1952). Pour cette raison, le choix des deux investisseurs est confondu, à condition qu'ils souhaitent d'atteindre le même niveau de rentabilité. En outre, plus l'individu suivant la théorie comportementale du portefeuille est exigeant en termes de sécurité plus son portefeuille optimal, s'il en existe un, se situe vers le côté gauche de la frontière efficiente de Markowitz (1952). Autrement dit, un individu caractérisé par une forte aversion au risque choisira un portefeuille de moindre espérance indépendamment de la mesure de risque retenue. Au contraire, à l'intérieur de son ensemble de sécurité, un agent du type BPT choisira le portefeuille à l'espérance maximale, c'est-à-dire celui qui correspond au portefeuille le plus risqué en termes de moyenne – variance.

Le travail effectué s'inscrit dans le contexte des travaux consacrés aux mesures du type *downside risk* et, plus généralement, au concept *safety first*. En dépit du fait qu'il s'agit d'une approche largement utilisée par les praticiens, ces travaux restent peu nombreux pour le moment. De cette façon, notre travail apporte les éléments supplémentaires permettant de mieux comprendre ces concepts. En se servant de la

théorie de Shefrin et Statman (2000) comme un exemple de modèle de gestion de portefeuille fondé sur l'approche *safety first*, nous avons mis en évidence que la stratégie d'investissement d'un agent décrit par ce modèle n'est guère différente de celles préconisées par les modèles classiques.

# Bibliographie

- ALEXANDER, G. J., and A. M. BAPTISTA (2002): "Economic Implications of Using a Mean-Var Model for Portfolio Selection: A Comparison with Mean-Variance Analysis," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 26, 1159-1193.
- ALLAIS, M. (1953): "Le Comportement De L'homme Rationnel Devant Le Risque, Critiques Des Postulats Et Axiomes De L'école Américaine," *Econometrica*, 21, 503-546.
- ARZAC, R. E., and V. BAWA (1977): "Portfolio Choice and Equilibrium in Capital Markets with Safety First Investors," *Journal of Financial Economics*, 4, 227-288.
- BAUMOL, W. J. (1963): "An Expected Gain-Confidence Limit Criterion for Portfolio Selection," *Management Science*, 10, 174-182.
- BAWA, V. S. (1975): "Optimal Rules for Ordering Uncertain Prospects," *Journal of Financial Economics*, 2, 95-121.
- BLUME, M., J. CROCKETT, and I. FRIEND (1974): "Stockownership in the United States: Characteristics and Trends," *Survey of Current Business*, 54, 16-40.
- BLUME, M., and I. FRIEND (1975): "The Asset Structure of Individual Portfolios and Some Implications for Utility Functions," *Journal of Finance*, 30, 585-603.
- BROIHANNE, M., M. MERLI, and P. ROGER (2006) "Théorie Comportementale Du Portefeuille: Intérêt Et Limites," *Revue Economique*, 57, 297-314.
- DAVISON, A. C., and D.V. HINKLEY (1997): *Bootstrap Methods and Their Application*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- DOWD, K. (1998): *Beyond Value at Risk: The New Science of Risk Management*. London: Wiley.
- DUFFIE, D., and J. PAN (1997): "An Overview of Value at Risk," *Journal of Derivatives*, 4, 7-49.

- EDWARDS, W. (1953): "Probability Preferences in Gambling," *American Journal of Psychology*, 66, 349-64.
- (1954): "Probability Preferences among Bets with Differing Expected Value," *American Journal of Psychology*, 67, 56-67.
- (1962): "Subjective Probabilities Inferred from Decisions," *Psychological Review*, 69 109-135.
- EFRON, BRADLEY, and R. J. TIBSHIRANI (1993): *An Introduction to the Bootstrap*. New York: Chapman and Hall.
- ELLSBERG, D. (1961): "Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms," *Quarterly Journal of Economics*, 75, 686-696.
- FAMA, E. F. (1976): *Foundations of Finance: Portfolio Decisions and Securities Prices*. New York: Basic Books.
- FRIEDMAN, M., and L. SAVAGE (1948): "The Utility Analysis of Choices Involving Risk," *Journal of Political Economy*, 56, 279-304.
- HARLOW, W. V. (1991): "Asset Allocation in a Downside-Risk Framework," *Financial Analysts Journal*, 47, 28-40.
- HULL, J. C. (2006): *Risk Management and Financial Institutions*. Prentice Hall
- (2008): *Options, Futures and Other Derivatives*. New York: Prentice Hall.
- JORION, P. (1994): "Mean-Variance Analysis of Currency Overlays," *Financial Analysts Journal*, 50, 48-56.
- (2000): *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk*. New York: McGraw-Hill.
- KAHNEMAN, D., P. SLOVIC, and A. TVERSKY (1982): *Intuitive Prediction: Biases and Corrective Procedures in Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases*. Cambridge University Press, London: CUP.
- KAHNEMAN, D., and A. TVERSKY (1979): "Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk," *Econometrica*, 47, 263-291.

- KILKA, M., and M. WEBER (2000): "Home Bias in International Stock Return Expectations," *The Journal of Psychology and Financial Markets*, 1, 176-192.
- KROLL, Y., H. LEVY, and A. RAPOPORT (1988): "Experimental Tests of the Separation Theorem and the Capital Asset Pricing Model," *American Economic Review*, 78, 500-518.
- KUMAR, A., and W. GOETZMANN (2003): "Diversification Decisions of Individual Investors and Asset Prices," *Working Paper*, Yale School of Management.
- LOPES, L. L. (1987): "Between Hope and Fear: The Psychology of Risk," *Advances in Experimental Social Psychology*, 20, 255-295.
- MARKOWITZ, H. (1952): "Portfolio Selection," *Journal of Finance*, 6, 77-91.
- POLKOVNICHENKO, V. (2005): "Household Portfolio Diversification: A Case for Rank-Dependent Preferences," *Review of Financial Studies*, 18, 1467-1502.
- QUIGGIN, J. (1982): "A Theory of Anticipated Utility," *Journal of Economic Behavior and Organization*, 3, 323-343.
- (1993): *Generalized Expected Utility Theory: The Rank-Dependent Model*. Kluwer Academic Publishers Group.
- ROY, A. D. (1952): "Safety-First and the Holding of Asset," *Econometrica*, 20, 431-449.
- SHEFRIN, H., and M. STATMAN (2000) "Behavioral Portfolio Theory," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 35, 127-151.
- THALER, R. H., and E. J. JONSON (1990): "Gambling with the House Money and Trying to Break Even: The Effects of Prior Outcomes on Risky Choice," *Management Science*, 36, 643-660.
- TVERSKY, A., and D. KAHNEMAN (1992) "Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty," *Journal of Risk and Uncertainty*, 5, 297-323.
- VON NEUMANN, J., and O. MORGENSTERN (1947): *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press.



- WAKKER, P. P. (2003): "The Date of Levy and Levy (2000) 'Prospect Theory: Much Ado About Nothing?': Actually Support Prospect Theory," *Management Science*, 49, 979-981.
- WALTER, C. (2003): "1900-2000 : Un Siècle De Descriptions Statistiques Des Fluctuations Boursières Ou Les Aléas Du Modèle De Marche Au Hasard En Finance," Collège de France.
- YAARI, M. (1984): "Risk Aversion without Diminishing Marginal Utility," *Working Paper*, Theoretical Economics Paper Series, No 106, London School of Economics.
- (1987): "The Dual Theory of Choice under Risk," *Econometrica*, 55, 95-115.

# Annexe

## Les données

### La composition de l'indice SBF120 au 1 juin 2001, 119 titres.

Libellé	Code Isin	Libellé	Code Isin
DEXIA	BE0003796134	GECINA	FR0010040865
ALTADIS	ES0177040013	GENSET	FR0004036408
ACCOR	FR0000120404	GFI INFORMATIQUE	FR0004038099
AGF	FR0000125924	GRANDVISION	FR0000052979
AIR FRANCE	FR0000031122	GUYENNE ET GASCOGNE	FR0000120289
AIR LIQUIDE	FR0000120073	HAVAS ADVERTISING	FR0000121881
ALCATEL A	FR0000130007	HERMES INTERNATIONAL	FR0000052292
ALSTOM NON REGROUPE	FR0000120198	HIGHWAVE OPTICAL TECHNOLOGIES	FR0004161008
ALTEN	FR0000071946	IMERYS	FR0000120859
ALTRAN TECHNOLOGIES	FR0000034639	INFOGRAMES ENTERTAINMENT	FR0000052573
ATOS ORIGIN	FR0000051732	INGENICO	FR0000125346
AVENIR TELECOM	FR0000066052	INTEGRA	FR0004035947
AVENTIS	FR0000130460	PEUGEOT	FR0000121501
AXA	FR0000120628	PINAULT PRINTEMPS	FR0000121485
BIC	FR0000120966	PUBLICIS GROUPE	FR0000130577
BNP PARIBAS	FR0000131104	REMY COINTREAU	FR0000130395
BOUYGUES	FR0000120503	RENAULT	FR0000131906
BOUYGUES OFFSHORE	FR0000130700	REXEL	FR0000125957
BULL	FR0000052607	RHODIA (NON REGROUPE)	FR0000120131
BUSINESS OBJECTS	FR0004026250	ROYAL CANIN	FR0000031536
CAP GEMINI	FR0000125338	SAGEM	FR0000073272
CARBONE LORRAINE	FR0000039620	SAINT-GOBAIN	FR0000125007
CARREFOUR	FR0000120172	SANOFI-SYNTHELABO	FR0000120578
CASINO GUICHARD	FR0000125585	SCHNEIDER ELECTRIC	FR0000121972
CASTORAMA DUBOIS INVESTISSEMENT	FR0000124208	SCOR (NON REGROUPE)	FR0000130304
CGIP	FR0000121022	SEB	FR0000121709
CIMENTS FRANCAIS	FR0000120982	SIDEL	FR0000130601
CLARINS	FR0000130296	SIMCO	FR0000121808
CLUB MEDITERRANEE	FR0000121568	SOCIETE GENERALE A	FR0000130809
CNP ASSURANCES	FR0000120222	SODEXHO	FR0000121220
COFACE	FR0004253748	SOPRA	FR0000050809
COFLEXIP	FR0000130643	SPIR COMMUNICATION	FR0000131732
COMPAGNIE GEN. DE GEOPHYSIQUE	FR0000120164	SR TELEPERFORMANCE	FR0000051807
CREDIT LYONNAIS	FR0000184202	STUDIOCANAL	FR0000124109
DANONE	FR0000120644	SUEZ	FR0000120529
DASSAULT SYSTEMES	FR0000130650	TECHNIP	FR0000131708
EIFFAGE	FR0000130452	TF1	FR0000054900
ERIDANIA BEGHIN SAY	FR0000120891	THALES	FR0000121329
ESSILOR INTERNATIONAL	FR0000121667	THOMSON MULTIMEDIA	FR0000184533

EULER	FR0004254035	TOTAL FINA ELF	FR0000120271
EURAZEO	FR0000121121	TRANSICIEL	FR0000062713
EURO DISNEY	FR0000125874	UBI SOFT ENTERTAINMENT	FR0000054470
EUROTUNNEL PLC/EUROTUNNEL SA	FR0000125379	UNIBAIL	FR0000124711
FAURECIA	FR0000121147	UNILOG	FR0000034662
FRANCE TELECOM	FR0000133308	VALEO	FR0000130338

GALERIES LAFAYETTE	FR0000121246	VALLOUREC	FR0000120354
VALTECH	FR0004155885	USINOR	FR0000132607
VIVENDI ENVIRONNEMENT	FR0000124141	EADS	NL0000235190
VIVENDI UNIVERSAL	FR0000127771	EQUANT	NL0000200889
WANADOO	FR0000124158	ST MICROELECTRONICS	NL0000226223
ZODIAC	FR0000125684		

**Les 40 titres sortis ou radiés de l'indice SBF120 sur la période du 1 juin 2001 au 1 juin 2007.**

Libellé	Code Isin	Cause de l'élimination de l'échantillon
ALTADIS	ES0177040013	sorti le 03.04.2002
AGF	FR0000125924	sorti le 11.02.2007
ALSTOM NON REGROUPE	FR0000120198	radié le 06.02.2006
AVENIR TELECOM	FR0000066052	sorti le 24.11.2001
AVENTIS	FR0000130460	radié le 30.10.2005 suite au rachat par Sanofi-E
BOUYGUES OFFSHORE	FR0000130700	radié le 29.10.2002, par la suite fusion avec la société mère Bouygues
BULL	FR0000052607	sorti le 03.04.2002
CASTORAMA DUBOIS INVESTISSEMENT	FR0000124208	radié le 22.05.2003 suite au rachat par Kingfisher
CGIP	FR0000121022	fusion avec Marine Wendel, devient Wendel qui sort de l'indice le 01.07.2002
COFACE	FR0004253748	radié le 26.05.2004 suite au rachat par Nexis
COFLEXIP	FR0000130643	radié le 12.01.2004, absorbé par Technip
CREDIT LYONNAIS	FR0000184202	radié le 04.08.2003, rachat par Credit Agricole
ERIDANIA BEGHIN SAY	FR0000120891	la scission du groupe, quatre sociétés indépendantes nouvelles créées : Beghin Say, Cereol, Cerestart, Provimi.
EURO DISNEY	FR0000125874	Sorti le 01.09.2005
EUROTUNNEL PLC/EUROTUNNEL SA	FR0000125379	sorti le 18.12.2006
GALERIES LAFAYETTE	FR0000121246	radié le 21.07.2005
GENSET	FR0004036408	racheté par Serono en 2002; ensuite radié le 16.06.2003
GFI INFORMATIQUE	FR0004038099	Sorti le 19.12.2005

GRANDVISION	FR0000052979	radié le 25.06.2004, rachat par Hal Trust
HIGHWAVE OPTICAL TECHNOLOGIES	FR0004161008	radiation et liquidation le 08.03.2006
INFOGRAMES ENTERTAINMENT	FR0000052573	sorti l2 03.01.2005
INTEGRA	FR0004035947	radié le 24.02.2003

ISIS	FR0000120008	radié le 04.02.2002, absorbé par Technip
LAPEYRE	FR0000130510	radié le 30.04.2002, absorbé par Sain-Gobain - la société mère
LEGRAND	FR0000120610	radié le 30.10.2003, fusion avec Schneider
LIBERTY SURF	FR0000075087	radié le 21.09.2005, repris par Tiscali
ORANGE	FR0000079196	radié le 23.04.2004
PECHINEY	FR0000132904	radié le 06.02.2004, rachat par Alcan
REXEL	FR0000125957	radié le 25.04.2005, arrêt de cotation suite au rachat par trois fonds d'investissement
ROYAL CANIN	FR0000031536	radié le 19.11.2002
SIDEL	FR0000130601	radié le 16.05.2003, fusion avec Tetra Laval
SIMCO	FR0000121808	racheté par Gecina en 2002, radié le 01.04.2004
SOPRA	FR0000050809	sorti le 01.09.2005
STUDIOCANAL	FR0000124109	radié le 09.10.2001
TRANSICIEL	FR0000062713	acheté par Cap Gemini en 2003, radié le 23.04.2004
UNILOG	FR0000034662	radié le 10.07.2006, racheté par Logicacgm
VALTECH	FR0004155885	sorti le 03.04.2002
WANADOO	FR0000124158	radié le 26.07.2004
USINOR	FR0000132607	radié le 24.02.2003, devient Arcelor
EQUANT	NL0000200889	radié le 30.05.2005, racheté par France Télécom

### Les données manquantes.

Libellé	Code Isin	Date
COMPAGNIE GEN. DE GEOPHYSIQUE	FR0000120164	manque de données pour deux jours de suite, vendredi le 29.06.2001 et lundi le 02.07.2001
NATEXIS BANQUES POPULAIRES	FR0000120685	manque de cotation vendredi le 02.04.2002 et le 06.12.2006
RHODIA (NON REGROUPE)	FR0000120131	manque de cotation vendredi le 03.10.2003
TECHNIP	FR0000131708	manque de données pour deux jours de suite, vendredi le 29.06.2001 et lundi le 02.07.2001

## Les 71 titres restants utilisés pour notre étude.

Libelle	Ticker	Code Isin	Libelle	Ticker	Code Isin
DEXIA	DX	BE0003796134	LAFARGE	LG	FR0000120537
ACCOR	AC	FR0000120404	LAGARDERE	MMB	FR0000130213
AIR FRANCE	AF	FR0000031122	LVMH	MC	FR0000121014
AIR LIQUIDE	AI	FR0000120073	M6 METROPOLE TELEVISION	MMT	FR0000053225
ALCATEL A	ALU	FR0000130007	MICHELIN	ML	FR0000121261
ALTEN	ATE	FR0000071946	NEOPOST	NEO	FR0000120560
ALTRAN TECHNOLOGIES	ALT	FR0000034639	NRJ GROUP	NRG	FR0000121691
ATOS ORIGIN	ATO	FR0000051732	OBERTHUR CARD SYSTEMS	OCS	FR0000124133
AXA	CS	FR0000120628	PERNOD RICARD	RI	FR0000120693
BIC	BB	FR0000120966	PEUGEOT	UG	FR0000121501
BNP PARIBAS	BNP	FR0000131104	PINAULT PRINTemps	PP	FR0000121485
BOUYGUES	EN	FR0000120503	PUBLICIS GROUPE	PUB	FR0000130577
CAP GEMINI	CAP	FR0000125338	REMY COINTREAU	RCO	FR0000130395
CARBONE LORRAINE	CRL	FR0000039620	RENAULT	RNO	FR0000131906
CARREFOUR	CA	FR0000120172	SAGEM	SAF	FR0000073272
CASINO GUICHARD	CO	FR0000125585	SAINT-GOBAIN	SGO	FR0000125007
CIMENTS FRANCAIS	CMA	FR0000120982	SANOFI-SYNTHELABO	SAN	FR0000120578
CLARINS	CLR	FR0000130296	SCHNEIDER ELECTRIC	SU	FR0000121972
CLUB MEDITERRANEE	CU	FR0000121568	SCOR (NON REGROUPE)	SCO	FR0000130304
CNP ASSURANCES	CNP	FR0000120222	SEB	SK	FR0000121709
DANONE	BN	FR0000120644	SOCIETE GENERALE A	GLE	FR0000130809
DASSAULT SYSTEMES	DSY	FR0000130650	SODEXHO	SW	FR0000121220
EADS	EAD	NL0000235190	SPIR COMMUNICATION	SPI	FR0000131732
EIFFAGE	FGR	FR0000130452	SR TELEPERFORMANCE	RCF	FR0000051807
ESSILOR INTERNATIONAL	EF	FR0000121667	ST MICROELECTRONICS	STM	NL0000226223
EULER	ELE	FR0004254035	SUEZ	SZE	FR0000120529
EURAZEO	RF	FR0000121121	TF1	TFI	FR0000054900
FAURECIA	EO	FR0000121147	THALES	HO	FR0000121329
FRANCE TELECOM	FTE	FR0000133308	THOMSON MULTIMEDIA	TMS	FR0000184533
GUYENNE ET GASCOGNE	GG	FR0000120289	TOTAL FINA ELF	FP	FR0000120271
HAVAS ADVERTISING	HAV	FR0000121881	VALEO	FR	FR0000130338
HERMES INTERNATIONAL	RMS	FR0000052292	VALLOUREC	VK	FR0000120354
IMERYS	NK	FR0000120859	VIVENDI ENVIRONNEMENT	VIE	FR0000124141
INGENICO	ING	FR0000125346	VIVENDI UNIVERSAL	VIV	FR0000127771
KLEPIERRE	LI	FR0000121964	ZODIAC	ZC	FR0000125684
L'OREAL	OR	FR0000120321			

# Analyse des données

## Statistiques descriptives (valeurs journalières).

Libelle	Rentabilité *10 <sup>-3</sup>	Écart-type *10 <sup>-3</sup>	Skewness	Kurtosis	JB Statistique
ACCOR	0,3389	19,5	-0,37	8,17	1745,95
AIR France	0,4099	25,7	-0,41	12,37	5653,82
AIR LIQUIDE	0,3541	15,6	-0,04	7,57	1336,95
ALCATEL -LUCENTE	-0,6581	34,3	0,34	14,16	7982,93
ALTEN	0,0604	31,4	0,23	13,11	6542,69
ALTRAN TECHNOLOGIES	<b>-1,4493</b>	<b>46,5</b>	-2,13	31,58	53371,95
ATOS ORIGIN	-0,4911	29,6	0,28	9,22	2491,00
AXA	0,1286	25,8	0,06	8,01	1608,28
BIC	0,2705	16	-0,12	9,86	3013,49
BNP PARIBAS	0,5319	18,7	-0,13	9,27	2513,91
BOUYGUES	0,4725	19,3	0,16	7,51	1308,44
CAP GEMINI	-0,5373	30,1	-0,11	11,60	4725,94
CARBONE LORRAINE	0,1782	22,8	-0,26	8,76	2139,80
CARREFOUR	-0,0378	17,6	-0,03	7,14	1095,64
CASINO GUICHARD	-0,0830	15,2	0,36	8,15	1727,92
CIMENTS FRANCAIS	-0,0830	15,2	0,36	8,15	1727,92
CLARINS	0,2413	19,6	-0,21	18,22	14810,16
CLUB MEDITERRANEE	-0,2678	25,7	0,02	9,72	2882,42
CNP ASSURANCES	0,7276	15,5	-0,06	6,51	788,74
DANONE	0,5153	14,1	0,10	10,94	4030,07
DASSAULT SYSTEMES	-0,0558	26,8	0,14	8,59	2002,45
DEXIA	0,3138	19	0,07	9,72	2889,82
EADS	0,0528	26	-0,94	17,13	12993,25
EIFFAGE	1,7244	20,3	0,60	11,57	4780,56
ESSILOR INTERNATIONAL	0,7169	16,1	0,12	10,58	3673,15
EULER-HERMES	0,5831	18,9	0,00	8,84	2178,13
EURAZEO	0,6127	16	0,20	8,94	2261,96
FAURECIA	-0,0189	23,6	1,23	13,36	7249,07
FRANCE TELECOM	-0,4457	29,2	0,41	10,20	3352,12
GUYENNE ET GASCOGNE	0,3021	13,9	0,55	12,45	5791,62
HAVAS	-0,7167	29,6	0,29	6,37	745,25
HERMES INTERNATIONAL	0,5262	17,5	0,11	6,92	987,42
IMERYS	0,9050	17,1	0,79	12,35	5751,72
INGENICO	0,0582	31,4	-1,23	28,78	42859,36
KLEPIERRE	0,8897	<b>13,3</b>	-0,95	12,54	6048,33
L'OREAL	0,1372	16,6	-0,22	7,49	1298,69
LAFARGE	0,2917	18,3	-0,03	6,65	851,15
LAGARDERE	0,0990	18,5	0,28	6,96	1021,87
LVMH	0,2472	20,1	0,42	9,28	2567,22
M6 METROPOLE TELEVISION	-0,0058	23,1	0,21	7,15	1113,69

MICHELIN	0,6561	19	0,16	6,98	1017,73
NEOPOST	0,9694	17,9	-0,43	11,06	4197,66
NRJ GROUP	-0,1704	23	0,58	7,92	1631,31
OBERTHUR CARD SYSTEMS	-0,6708	35,2	-0,04	14,28	8128,30
PERNOD RICARD	0,8182	15	0,13	9,18	2442,47
PEUGEOT	0,1705	17,2	0,01	6,83	936,54
PPR	-0,1527	20,8	0,07	10,08	3203,25
PUBLICIS GROUPE	-0,0166	23,6	0,23	7,40	1251,99
REMY COINTREAU	0,3475	19,1	-2,02	61,77	221831,70
RENAULT	0,5970	19,8	-0,15	6,50	789,35
SAGEM	0,4021	23,2	0,16	13,60	7192,63
SAINT-GOBAIN	0,6343	20,6	-0,94	23,23	26389,65
SANOFI-AVENTIS	0,0454	17,5	-0,01	6,32	703,95
SCHNEIDER ELECTRIC	0,8258	25,4	<b>10,78</b>	<b>298,24</b>	5601040,90
SCOR (NON REGROUPE)	-1,2078	34,1	-1,52	22,99	26137,02
SEB	0,7324	18,7	0,51	9,63	2871,72
SOCIETE GENERALE A	0,6209	20,2	0,04	8,32	1806,49
SODEXHO	0,1613	22,2	<b>-2,56</b>	48,99	136882,26
SPIR COMMUNICATION	0,3181	16,8	-0,66	20,85	20486,76
ST MICROELECTRONICS	-0,6516	25,7	0,34	6,50	810,14
SUEZ	0,2561	24,3	-0,10	9,82	2973,63
TELEPERFORMANCE	0,1351	25	-0,04	8,30	1794,23
TF1	-0,1555	21,7	-0,29	11,40	4528,31
THALES	0,0693	17,9	-0,09	6,74	895,95
THOMSON	-0,7009	26,9	-0,24	9,09	2388,46
TOTAL FINA ELF	0,2940	15,1	-0,31	<b>5,55</b>	439,78
VALEO	-0,0071	18,7	0,17	6,08	613,23
VALLOUREC	<b>1,9735</b>	22,6	0,61	12,64	6036,09
VIOLIA ENVIRONNEMENT	0,2576	19	0,33	11,98	5185,81
VIVENDI	-0,4609	30,1	-1,62	25,58	33249,13
ZODIAC	0,5290	20,8	0,18	8,09	1661,77
<b>Max</b>	<b>1,9735</b>	<b>46,5</b>	<b>10,78</b>	<b>298,24</b>	
<b>Min</b>	<b>-1,4493</b>	<b>13,3</b>	<b>-2,56</b>	<b>5,55</b>	
<b>Moyenne</b>	<b>0,1896</b>	<b>21,8</b>	<b>0,05</b>	<b>16,22</b>	
<b>Médiane</b>	<b>0,2413</b>	<b>20,1</b>	<b>0,04</b>	<b>9,28</b>	

## Construction des 100 000 portefeuilles

Nous proposons d'ordonner tous les portefeuilles de la manière suivante. Tout d'abord, l'ensemble  $P$  est divisé en 15 groupes en fonction du nombre de titres composant les portefeuilles. Le premier groupe contient seulement les portefeuilles composés d'un seul titre. Le deuxième groupe est composé des portefeuilles à deux titres. Le troisième, de trois titres et ainsi de suite.

Il y a 15 éléments dans le groupe 1 de la forme  $(0, \dots, 0, a_i, 0, \dots, 0)$  avec  $a_i = 15/15$  et  $i$  varie entre 1 et 15. Les portefeuilles de ce premier groupe sont ordonnés d'une façon naturelle :

$$P_1 = \left(\frac{15}{15}, 0, \dots, 0\right), \quad \text{investissement dans le premier titre}$$

$$P_2 = \left(0, \frac{15}{15}, 0, \dots, 0\right), \quad \text{investissement dans le deuxième titre}$$

....

$$P_{15} = \left(0, \dots, 0, \frac{15}{15}\right), \quad \text{investissement dans le quinzième titre}$$

Pour les autres groupes (sauf le dernier) la situation est plus complexe. Considérons le groupe 2 composé des portefeuilles contenant exactement deux titres.

Tout d'abord, il existe  $\binom{15}{2} = 105$  possibilités de choisir 2 titres parmi 15. Une fois ce

choix réalisé, il existe 14 façons de répartir la richesse entre les deux titres. En effet, les

portefeuilles du groupe 2 sont de la forme  $(0, \dots, a_i, \dots, b_j, \dots, 0)$  avec  $a_i + b_j = 1$ ;  $i, j = 1 \dots 15$ ,

$i < j$ . Remarquons que  $a_i$  et  $b_j$  sont strictement positifs car sinon ce portefeuille

n'appartient plus au groupe 2. Ainsi,  $a_i = \frac{k}{15}$  et  $b_j = 1 - a_i$ ,  $k = 1 \dots 14$ , ( $k$  ne peut pas

prendre des valeurs 0 ou 15). Finalement, le nombre d'éléments dans le groupe 2 s'élève

à  $14 \times 105 = 1470$  qui sont ordonnés de la façon suivante. Les 14 premiers portefeuilles ne



contiennent que les titres 1 et 2. Nous continuons la numérotation commencée dans le groupe 1 :

$$P_{16} = \left(\frac{1}{15}, \frac{14}{15}, 0, \dots, 0\right)$$

$$P_{17} = \left(\frac{2}{15}, \frac{13}{15}, 0, \dots, 0\right)$$

....

$$P_{29} = \left(\frac{14}{15}, \frac{1}{15}, 0, \dots, 0\right)$$

Les 14 portefeuilles suivants sont composés des titres 1 et 3 :

$$P_{30} = \left(\frac{1}{15}, 0, \frac{14}{15}, 0, \dots, 0\right)$$

$$P_{31} = \left(\frac{2}{15}, 0, \frac{13}{15}, 0, \dots, 0\right)$$

....

$$P_{43} = \left(\frac{14}{15}, 0, \frac{1}{15}, 0, \dots, 0\right)$$

Nous classons ensuite les portefeuilles composés des titres 1 et 4, 1 et 5, ..., 1 et 15. Puis, nous classons les portefeuilles composés de titres 2 et 3, 2 et 4, ... , 2 et 15. Ainsi, le dernier portefeuille du groupe 2 est de la forme  $P_{1485} = \left(0, \dots, 0, \frac{14}{15}, \frac{1}{15}\right)$ . Nous procédons de la même manière dans tous les autres groupes.

D'une façon générale, pour chaque groupe  $g$ ,  $g = 1, \dots, 15$ ; nous décrivons toutes les possibilités de choisir  $g$  titres parmi 15. Il en existe  $\binom{15}{g}$ . Pour chacun de ces choix nous énumérons les portefeuilles en fonction de la répartition de la richesse sur les  $g$  titres choisis.  $m = m(g)$  est le nombre de répartitions possibles de la richesse sur  $g$  titres.

Le dernier groupe ne contient qu'un seul portefeuille de la forme  $P_{77\ 558\ 760} = (\frac{1}{15}, \dots, \frac{1}{15})$  et le nombre total de portefeuilles de P s'élève à 77 558 760.

Après avoir ordonné l'ensemble P, la construction d'un échantillon aléatoire est équivalente au tirage aléatoire dans la suite de nombres naturels allant de 1 à 77 558 760. En effet, chaque nombre retenu correspond à un portefeuille bien précis. A l'aide du tableau 4.3 nous pouvons établir le groupe auquel appartient le portefeuille. Ensuite, puisque la place de ce portefeuille à l'intérieur du groupe est unique, nous déduisons quels sont les titres qui font partie de ce portefeuille et de quelle façon la richesse est répartie. L'avantage de cette méthode est qu'elle permet de compter tous les portefeuilles composés au maximum de 15 titres et en même temps, d'éviter la construction de ces portefeuilles. En effet, seuls les portefeuilles tirés au sort sont construits.

# Working Papers

## Laboratoire de Recherche en Gestion & Economie

---

- D.R. n° 1 "Bertrand Oligopoly with decreasing returns to scale", J. Thépot, décembre 1993
- D.R. n° 2 "Sur quelques méthodes d'estimation directe de la structure par terme des taux d'intérêt", P. Roger - N. Rossiensky, janvier 1994
- D.R. n° 3 "Towards a Monopoly Theory in a Managerial Perspective", J. Thépot, mai 1993
- D.R. n° 4 "Bounded Rationality in Microeconomics", J. Thépot, mai 1993
- D.R. n° 5 "Apprentissage Théorique et Expérience Professionnelle", J. Thépot, décembre 1993
- D.R. n° 6 "Strategic Consumers in a Duable-Goods Monopoly", J. Thépot, avril 1994
- D.R. n° 7 "Vendre ou louer ; un apport de la théorie des jeux", J. Thépot, avril 1994
- D.R. n° 8 "Default Risk Insurance and Incomplete Markets", Ph. Artzner - FF. Delbaen, juin 1994
- D.R. n° 9 "Les actions à réinvestissement optionnel du dividende", C. Marie-Jeanne - P. Roger, janvier 1995
- D.R. n° 10 "Forme optimale des contrats d'assurance en présence de coûts administratifs pour l'assureur", S. Spaeter, février 1995
- D.R. n° 11 "Une procédure de codage numérique des articles", J. Jeunet, février 1995
- D.R. n° 12 "Stabilité d'un diagnostic concurrentiel fondé sur une approche markovienne du comportement de rachat du consommateur", N. Schall, octobre 1995
- D.R. n° 13 "A direct proof of the coase conjecture", J. Thépot, octobre 1995
- D.R. n° 14 "Invitation à la stratégie", J. Thépot, décembre 1995
- D.R. n° 15 "Charity and economic efficiency", J. Thépot, mai 1996
- D.R. n° 16 "Pricing anomalies in financial markets and non linear pricing rules", P. Roger, mars 1996
- D.R. n° 17 "Non linéarité des coûts de l'assureur, comportement de prudence de l'assuré et contrats optimaux", S. Spaeter, avril 1996
- D.R. n° 18 "La valeur ajoutée d'un partage de risque et l'optimum de Pareto : une note", L. Eeckhoudt - P. Roger, juin 1996
- D.R. n° 19 "Evaluation of Lot-Sizing Techniques : A robustness and Cost Effectiveness Analysis", J. Jeunet, mars 1996
- D.R. n° 20 "Entry accommodation with idle capacity", J. Thépot, septembre 1996

- D.R. n° 21 "Différences culturelles et satisfaction des vendeurs : Une comparaison internationale", E. Vauquois-Mathevot - J.Cl. Usunier, novembre 1996
- D.R. n° 22 "Evaluation des obligations convertibles et options d'échange", Schmitt - F. Home, décembre 1996
- D.R. n° 23 "Réduction d'un programme d'optimisation globale des coûts et diminution du temps de calcul, J. Jeunet, décembre 1996
- D.R. n° 24 "Incertitude, vérifiabilité et observabilité : Une relecture de la théorie de l'agence", J. Thépot, janvier 1997
- D.R. n° 25 "Financement par augmentation de capital avec asymétrie d'information : l'apport du paiement du dividende en actions", C. Marie-Jeanne, février 1997
- D.R. n° 26 "Paiement du dividende en actions et théorie du signal", C. Marie-Jeanne, février 1997
- D.R. n° 27 "Risk aversion and the bid-ask spread", L. Eeckhoudt - P. Roger, avril 1997
- D.R. n° 28 "De l'utilité de la contrainte d'assurance dans les modèles à un risque et à deux risques", S. Spaeter, septembre 1997
- D.R. n° 29 "Robustness and cost-effectiveness of lot-sizing techniques under revised demand forecasts", J. Jeunet, juillet 1997
- D.R. n° 30 "Efficience du marché et comparaison de produits à l'aide des méthodes d'enveloppe (Data envelopment analysis)", S. Chabi, septembre 1997
- D.R. n° 31 "Qualités de la main-d'œuvre et subventions à l'emploi : Approche microéconomique", J. Calaza - P. Roger, février 1998
- D.R. n° 32 "Probabilité de défaut et spread de taux : Etude empirique du marché français", M. Merli - P. Roger, février 1998
- D.R. n° 33 "Confiance et Performance : La thèse de Fukuyama", J.Cl. Usunier - P. Roger, avril 1998
- D.R. n° 34 "Measuring the performance of lot-sizing techniques in uncertain environments", J. Jeunet - N. Jonard, janvier 1998
- D.R. n° 35 "Mobilité et décision de consommation : premiers résultats dans un cadre monopolistique", Ph. Lapp, octobre 1998
- D.R. n° 36 "Impact du paiement du dividende en actions sur le transfert de richesse et la dilution du bénéfice par action", C. Marie-Jeanne, octobre 1998
- D.R. n° 37 "Maximum resale-price-maintenance as Nash condition", J. Thépot, novembre 1998
- D.R. n° 38 "Properties of bid and ask prices in the rank dependent expected utility model", P. Roger, décembre 1998
- D.R. n° 39 "Sur la structure par termes des spreads de défaut des obligations », Maxime Merli / Patrick Roger, septembre 1998
- D.R. n° 40 "Le risque de défaut des obligations : un modèle de défaut temporaire de l'émetteur", Maxime Merli, octobre 1998
- D.R. n° 41 "The Economics of Doping in Sports", Nicolas Eber / Jacques Thépot, février 1999
- D.R. n° 42 "Solving large unconstrained multilevel lot-sizing problems using a hybrid genetic algorithm", Jully Jeunet, mars 1999
- D.R. n° 43 "Niveau général des taux et spreads de rendement", Maxime Merli, mars 1999

- D.R. n° 44 "Doping in Sport and Competition Design", Nicolas Eber / Jacques Thépot, septembre 1999
- D.R. n° 45 "Interactions dans les canaux de distribution", Jacques Thépot, novembre 1999
- D.R. n° 46 "What sort of balanced scorecard for hospital", Thierry Nobre, novembre 1999
- D.R. n° 47 "Le contrôle de gestion dans les PME", Thierry Nobre, mars 2000
- D.R. n° 48 "Stock timing using genetic algorithms", Jerzy Korczak – Patrick Roger, avril 2000
- D.R. n° 49 "On the long run risk in stocks : A west-side story", Patrick Roger, mai 2000
- D.R. n° 50 "Estimation des coûts de transaction sur un marché gouverné par les ordres : Le cas des composantes du CAC40", Laurent Deville, avril 2001
- D.R. n° 51 "Sur une mesure d'efficacité relative dans la théorie du portefeuille de Markowitz", Patrick Roger / Maxime Merli, septembre 2001
- D.R. n° 52 "Impact de l'introduction du tracker Master Share CAC 40 sur la relation de parité call-put", Laurent Deville, mars 2002
- D.R. n° 53 "Market-making, inventories and martingale pricing", Patrick Roger / Christian At / Laurent Flochel, mai 2002
- D.R. n° 54 "Tarification au coût complet en concurrence imparfaite", Jean-Luc Netzer / Jacques Thépot, juillet 2002
- D.R. n° 55 "Is time-diversification efficient for a loss averse investor ?", Patrick Roger, janvier 2003
- D.R. n° 56 "Dégradations de notations du leader et effets de contagion", Maxime Merli / Alain Schatt, avril 2003
- D.R. n° 57 "Subjective evaluation, ambiguity and relational contracts", Brigitte Godbillon, juillet 2003
- D.R. n° 58 "A View of the European Union as an Evolving Country Portfolio", Pierre-Guillaume Méon / Laurent Weill, juillet 2003
- D.R. n° 59 "Can Mergers in Europe Help Banks Hedge Against Macroeconomic Risk ?", Pierre-Guillaume Méon / Laurent Weill, septembre 2003
- D.R. n° 60 "Monetary policy in the presence of asymmetric wage indexation", Giuseppe Diana / Pierre-Guillaume Méon, juillet 2003
- D.R. n° 61 "Concurrence bancaire et taille des conventions de services", Corentine Le Roy, novembre 2003
- D.R. n° 62 "Le petit monde du CAC 40", Sylvie Chabi / Jérôme Maati
- D.R. n° 63 "Are Athletes Different ? An Experimental Study Based on the Ultimatum Game", Nicolas Eber / Marc Willinger
- D.R. n° 64 "Le rôle de l'environnement réglementaire, légal et institutionnel dans la défaillance des banques : Le cas des pays émergents", Christophe Godlewski, janvier 2004
- D.R. n° 65 "Etude de la cohérence des ratings de banques avec la probabilité de défaillance bancaire dans les pays émergents", Christophe Godlewski, Mars 2004
- D.R. n° 66 "Le comportement des étudiants sur le marché du téléphone mobile : Inertie, captivité ou fidélité ?", Corentine Le Roy, Mai 2004
- D.R. n° 67 "Insurance and Financial Hedging of Oil Pollution Risks", André Schmitt / Sandrine Spaeter, September, 2004

- D.R. n° 68 "On the Backwardness in Macroeconomic Performance of European Socialist Economies", Laurent Weill, September, 2004
- D.R. n° 69 "Majority voting with stochastic preferences : The whims of a committee are smaller than the whims of its members", Pierre-Guillaume Méon, September, 2004
- D.R. n° 70 "Modélisation de la prévision de défaillance de la banque : Une application aux banques des pays émergents", Christophe J. Godlewski, octobre 2004
- D.R. n° 71 "Can bankruptcy law discriminate between heterogeneous firms when information is incomplete ? The case of legal sanctions", Régis Blazy, october 2004
- D.R. n° 72 "La performance économique et financière des jeunes entreprises", Régis Blazy/Bertrand Chopard, octobre 2004
- D.R. n° 73 "Ex Post Efficiency of bankruptcy procedures : A general normative framework", Régis Blazy / Bertrand Chopard, novembre 2004
- D.R. n° 74 "Full cost pricing and organizational structure", Jacques Thépot, décembre 2004
- D.R. n° 75 "Prices as strategic substitutes in the Hotelling duopoly", Jacques Thépot, décembre 2004
- D.R. n° 76 "Réflexions sur l'extension récente de la statistique de prix et de production à la santé et à l'enseignement", Damien Broussolle, mars 2005
- D. R. n° 77 "Gestion du risque de crédit dans la banque : Information hard, information soft et manipulation ", Brigitte Godbillon-Camus / Christophe J. Godlewski
- D.R. n° 78 "Which Optimal Design For LLDAs", Marie Pfiffelmann
- D.R. n° 79 "Jensen and Meckling 30 years after : A game theoretic view", Jacques Thépot
- D.R. n° 80 "Organisation artistique et dépendance à l'égard des ressources", Odile Paulus, novembre 2006
- D.R. n° 81 "Does collateral help mitigate adverse selection ? A cross-country analysis", Laurent Weill –Christophe J. Godlewski, novembre 2006
- D.R. n° 82 "Why do banks ask for collateral and which ones ?", Régis Blazy - Laurent Weill, décembre 2006
- D.R. n° 83 "The peace of work agreement : The emergence and enforcement of a swiss labour market institution", D. Broussolle, janvier 2006.
- D.R. n° 84 "The new approach to international trade in services in view of services specificities : Economic and regulation issues", D. Broussolle, septembre 2006.
- D.R. n° 85 "Does the consciousness of the disposition effect increase the equity premium" ?, P. Roger, juin 2007
- D.R. n° 86 "Les déterminants de la décision de syndication bancaire en France", Ch. J. Godlewski
- D.R. n° 87 "Syndicated loans in emerging markets", Ch. J. Godlewski / L. Weill, mars 2007
- D.R. n° 88 "Hawks and doves in segmented markets : A formal approach to competitive aggressiveness", Claude d'Aspremont / R. Dos Santos Ferreira / J. Thépot, mai 2007
- D.R. n° 89 "On the optimality of the full cost pricing", J. Thépot, février 2007
- D.R. n° 90 "SME's main bank choice and organizational structure : Evidence from France", H. El Hajj Chehade / L. Vigneron, octobre 2007

- D.R. n° 91 “How to solve St Petersburg Paradox in Rank-Dependent Models” ?, M. Pfiffelmann, octobre 2007
- D.R. n° 92 “Full market opening in the postal services facing the social and territorial cohesion goal in France”, D. Broussolle, novembre 2007
- D.R. n° 2008-01 A behavioural Approach to financial puzzles, M.H. Broihanne, M. Merli, P. Roger, janvier 2008
- D.R. n° 2008-02 What drives the arrangement timetable of bank loan syndication ?, Ch. J. Godlewski, février 2008
- D.R. n° 2008-03 Financial intermediation and macroeconomic efficiency, Y. Kuhry, L. Weill, février 2008
- D.R. n° 2008-04 The effects of concentration on competition and efficiency : Some evidence from the french audit market, G. Broye, L. Weill, février 2008
- D.R. n° 2008-05 Does financial intermediation matter for macroeconomic efficiency?, P.G. Méon, L. Weill, février 2008
- D.R. n° 2008-06 Is corruption an efficient grease ?, P.G. Méon, L. Weill, février 2008
- D.R. n° 2008-07 Convergence in banking efficiency across european countries, L. Weill, février 2008
- D.R. n° 2008-08 Banking environment, agency costs, and loan syndication : A cross-country analysis, Ch. J. Godlewski, mars 2008
- D.R. n° 2008-09 Are French individual investors reluctant to realize their losses ?, Sh. Boolell-Gunesh / M.H. Broihanne / M. Merli, avril 2008
- D.R. n° 2008-10 Collateral and adverse selection in transition countries, Ch. J. Godlewski / L. Weill, avril 2008
- D.R. n° 2008-11 How many banks does it take to lend ? Empirical evidence from Europe, Ch. J. Godlewski, avril 2008.
- D.R. n° 2008-12 Un portrait de l’investisseur individuel français, Sh. Boolell-Gunesh, avril 2008
- D.R. n° 2008-13 La déclaration de mission, une revue de la littérature, Odile Paulus, juin 2008
- D.R. n° 2008-14 Performance et risque des entreprises appartenant à des groupes de PME, Anaïs Hamelin, juin 2008
- D.R. n° 2008-15 Are private banks more efficient than public banks ? Evidence from Russia, Alexei Karas / Koen Schoors / Laurent Weill, septembre 2008
- D.R. n° 2008-16 Capital protected notes for loss averse investors : A counterintuitive result, Patrick Roger, septembre 2008
- D.R. n° 2008-17 Mixed risk aversion and preference for risk disaggregation, Patrick Roger, octobre 2008
- D.R. n° 2008-18 Que peut-on attendre de la directive services ?, Damien Broussolle, octobre 2008
- D.R. n° 2008-19 Bank competition and collateral : Theory and Evidence, Christa Hainz / Laurent Weill / Christophe J. Godlewski, octobre 2008
- D.R. n° 2008-20 Duration of syndication process and syndicate organization, Ch. J. Godlewski, novembre 2008
- D.R. n° 2008-21 How corruption affects bank lending in Russia, L. Weill, novembre 2008
- D.R. n° 2008-22 On several economic consequences of the full market opening in the postal service in the European Union, D. Broussolle, novembre 2008.

- D.R. n° 2009-01 Asymmetric Information and Loan Spreads in Russia: Evidence from Syndicated Loans, Z. Fungacova, C.J. Godlewski, L. Weill
- D.R. n° 2009-02 Do Islamic Banks Have Greater Market Power ?, L. Weill
- D.R. n° 2009-03 CEO Compensation: Too Much is not Enough!, N. Couderc & L. Weill
- D.R. n° 2009-04 La cannibalisation des produits à prix aléatoires : L'Euromillions a-t-il tué le loto français?, P. Roger & S. Chabi
- D.R. n° 2009-05 The demand for Euromillions lottery tickets: An international comparison, P. Roger
- D.R. n° 2009-06 Concentration in corporate bank loans What do we learn from European comparisons?, C.J. Godlewski & Y. Ziane
- D.R. n° 2009-07 Le mariage efficace de l'épargne et du jeu : une approche historique, M. Pfiffelmann
- D.R. n° 2009-08 Testing alternative theories of financial decision making: an experimental study with lottery bonds, P. Roger
- D.R. n° 2009-09 Does Corruption Hamper Bank Lending? Macro and Micro Evidence, L. Weill
- D.R. n° 2009-10 La Théorie Comportementale du Portefeuille et l'Equilibre du Marché, Olga Bourachnikova
- D.R. n° 2009-11 Déformation des Probabilités Objectives et la Théorie Comportementale du Portefeuille, Olga Bourachnikova
- D.R. n° 2009-12 La Théorie Comportementale du Portefeuille vs. le modèle moyenne – variance. Étude empirique, Olga Bourachnikova